

**Міністерство освіти і науки України**  
**Державний заклад**  
**«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»**


**Навчально-науковий інститут математики**  
**та інформаційних технологій**  
**Кафедра математики та інформатики**

**Назаренко Олеся Володимирівна**

**МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ**  
**У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

**кваліфікаційна робота**  
**здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня**  
**освітньої програми «Математика»**  
**за спеціальністю 014 «Середня освіта (Математика)»**

Особистий підпис  Олеся НАЗАРЕНКО

Науковий керівник  Юлія ЖУЧОК, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики та інформатики

В.о. завідувача кафедри \_\_\_\_\_ Юрій КОЗУБ, доктор технічних наук, професор кафедри математики та інформатики

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>3</b>
<b>РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ.....</b>	<b>7</b>
1.1. Теоретичні основи методики вивчення теорем.....	7
1.2. Побудова послідовності вивчення теорем.....	12
1.3. Оцінювання рівня засвоєння теорем.....	15
Висновки до розділу 1.....	17
<b>РОЗДІЛ 2 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДИКИ ЕФЕКТИВНОГО ПРОЦЕСУ ЗАСВОЄННЯ ТЕОРЕМ.....</b>	<b>19</b>
2.1. Використання інтерактивних методів при вивченні теорем.....	19
2.2. Адаптація методики вивчення теорем для різних типів учнів.....	23
2.3. Ефективність застосування методики вивчення теорем з використанням інтерактивних підходів.....	35
Висновки до розділу 2.....	45
<b>РОЗДІЛ 3 ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ У ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ.....</b>	<b>47</b>
3.1. Використання проєктного навчання при вивченні теорем.....	47
3.2. Застосування гейміфікації у навчанні теорем.....	52
3.3. Оцінка ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем.....	56
Висновки до розділу 3.....	62
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>64</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>66</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>70</b>
Додаток А – Методи доведення теорем.....	70
Додаток Б – Методика навчання учнів доведенню теорем.....	83
Додаток В – Розробка уроку на тему «Теорема Піфагора» для 8 класу...	86
Додаток Г – Розробка уроку на тему «Суміжні кути» для 7 класу.....	93

## ВСТУП

Математика є невід'ємною складовою частиною шкільної освіти та одним із найважливіших предметів, що розвиває логічне мислення та абстрактне мислення учнів. У шкільному курсі математики велике значення приділяється вивченню теорем, які є основними поняттями та законами цієї науки. Проте ефективність цього процесу нерідко стає предметом обговорення серед педагогів та вчених.

**Актуальність теми** зумовлена потребою покращити якість математичної освіти та забезпечити ефективний процес засвоєння теорем учнями. Вивчення теорем необхідне для формування розумового апарату, розвитку логічного та критичного мислення учнів. Відправним пунктом успішного опанування математичних знань та навичок є глибоке розуміння теорем та їх застосування у різних задачах.

Проте на сьогоднішній день існує **проблематика**, пов'язана з недостатньою ефективністю методик вивчення теорем у школі. Деякі учні мають труднощі у розумінні та застосуванні теорем, що призводить до недоліків у засвоєнні матеріалу та зниження академічної успішності. Ця проблема потребує ретельного аналізу та вивчення, а також розробки нових методик, які б допомогли вчителям більш ефективно викладати, а учням краще розуміти теореми. Крім того, потрібно враховувати індивідуальні особливості учнів, а саме: їх інтелектуальні здібності, рівень підготовки, мотивацію до вивчення математики тощо. Кожен учень має свій власний стиль навчання, тому важливо розробити методики, які будуть адаптовані до різних типів учнів і допоможуть їм успішно опанувати матеріал.

Дослідження методик вивчення теорем у шкільному курсі математики має на меті з'ясування ефективних підходів та розробку рекомендацій для педагогів з метою поліпшення процесу вивчення теорем учнями. Результати цього дослідження можуть мати практичне значення для вчителів, що

працюють у закладах загальної середньої освіти, а також сприяти розвитку математичної освіти та підвищенню рівня математичної грамотності учнів.

Проблему навчання учнів вивченню теорем та доведенню тверджень шкільного курсу математики досліджували видатні вчені-методисти: О. Д. Александров, Л. С. Атанасян, Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, В. Г. Болтянський, М. І. Бурда, Я. М. Грудьонов, Я. М. Жовнір, Ю. М. Колягін, Л. С. Карнацевич, О. В. Погорелов, З. А. Скопец, А. А. Столяр, В. О. Тадеєв, Н. А. Тарасенков, І. Ф. Шаригін та ін [2, 17].

Мета роботи – проаналізувати методики вивчення теорем у шкільному курсі математики з метою поліпшення процесу навчання та засвоєння цих теорем учнями. Робота спрямована на розробку рекомендацій для педагогів, що допоможуть покращити ефективність вивчення теорем і підвищити рівень математичної грамотності учнів.

Для досягнення мети дослідження **були сформульовані наступні завдання:**

1. Розкрити теоретичні основи методики вивчення теорем, включаючи принципи та підходи, що лежать в основі ефективного навчання теорем.
2. Проаналізувати послідовність вивчення теорем, яка забезпечує логічну та систематичну побудову матеріалу для учнів.
3. Вивчити методи оцінювання рівня засвоєння теорем учнями та запропонувати підходи до об'єктивної оцінки знань.
4. Розробити урок, який враховує логічну та систематичну послідовність вивчення теорем з використанням розглянутих методик.

**Об'єктом дослідження** є процес вивчення теорем у шкільному курсі математики, який включає методи та прийоми, що використовуються для поширення знань про теореми та сприяння їх засвоєнню учнями.

**Предметом дослідження** є методика вивчення теорем у шкільному курсі математики. Дослідження передбачало розкриття теоретичних основ методики вивчення теорем, побудову послідовності вивчення теорем та

методів оцінювання рівня їх засвоєння. Крім того, воно також охоплює практичну реалізацію методики вивчення теорем, включаючи використання інтерактивних методів, адаптацію методики до різних типів учнів та оцінку ефективності її застосування. Нарешті, у роботі розглянуто інноваційні підходи до вивчення теорем такі як використання проєктного навчання та гейміфікації, та оцінка їх ефективності.

Для досягнення поставлених завдань дослідження було **використано наступні методи:**

1. Аналіз літературних джерел – проведення систематичного огляду наукових публікацій, методичних посібників, наукових статей, що стосуються методики вивчення теорем у шкільному курсі математики.
2. Експертне опитування – проведення опитування серед кваліфікованих вчителів математики, які мають досвід викладання теорем, з метою з'ясування їх практичного досвіду та рекомендацій щодо ефективних методик.
3. Емпіричні дослідження – проведення педагогічного експерименту, включаючи спостереження, аналіз навчальних матеріалів та здійснення вимірювань для оцінки ефективності застосованих методик вивчення теорем.

Результати дослідження матимуть **практичне значення** для вчителів математики, оскільки нададуть їм конкретні рекомендації та інструменти для покращення процесу вивчення теорем. Вчителі зможуть використовувати інтерактивні методи, адаптовані підходи та інноваційні заходи для ефективної передачі знань та підвищення мотивації учнів.

*Апробація результатів* дослідження: опубліковано тези «Методика вивчення теорем у шкільному курсі математики» у матеріалах IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-

математичного циклу ІТМ\*плюс-2023 Форум молодих дослідників»  
(17 листопада 2023 р., м. Суми).

**Кваліфікаційна робота складається** зі вступу, трьох розділів, висновків до кожного з них, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

## **РОЗДІЛ 1**

### **ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

#### **1.1. Теоретичні основи методики вивчення теорем**

Теоретичні основи методики вивчення теорем є важливою складовою педагогічного процесу і спрямовані на ефективне засвоєння математичних теорем учнями.

У сучасних Програмах з математики для закладів загальної середньої освіти у 5-9 та 10-11 класах визначені завдання щодо навчання учнів доводити математичні твердження. Це означає, що навчальна програма покликана розвивати здатність учнів логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, а також застосовувати математичні методи під час розв'язування завдань [8; с. 3].

Одним із загальних завдань шкільної математичної освіти є формування в учнів умінь логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, а також використовувати їх під час розв'язування завдань [8; с. 3]. Зокрема, на етапі навчання математики у 5-9 класах розглядається необхідність ознайомлення учнів зі способами і методами розв'язування математичних задач, доведення математичних тверджень, а також формування вмінь їх практичного використання [8; с. 3].

У процесі навчання учнів доведенню математичних тверджень використовуються різні підходи та методи. Зокрема, це включає аналіз готових доведень, які запропоновані вчителем або наведені у підручнику, і їх репродукцію. Також учні здатні до «самостійного відкриття» математичних фактів на основі підготовчої роботи, організованої вчителем, і висунення власних ідей доведення. Далі вони створюють план доведення та реалізують його, а також аналізують доведення з метою виявлення та виправлення можливих неточностей та помилок [13; с. 134].

Ураховуючи важливість навчання учнів доведенням, особливо на поглибленому рівні, вважається доцільним додати ще один аспект, який включає в себе аналіз різних способів доведення математичних тверджень, їх порівняння та вибір раціонального [6]. Це допомагає учням розширити свої знання та розуміння шляхом вивчення різних підходів до доведення тверджень.

Основні аспекти цих теоретичних основ включають принципи навчання, підходи до викладання теорем та методи активізації навчальної діяльності.

Головні принципи методики вивчення теорем включають:

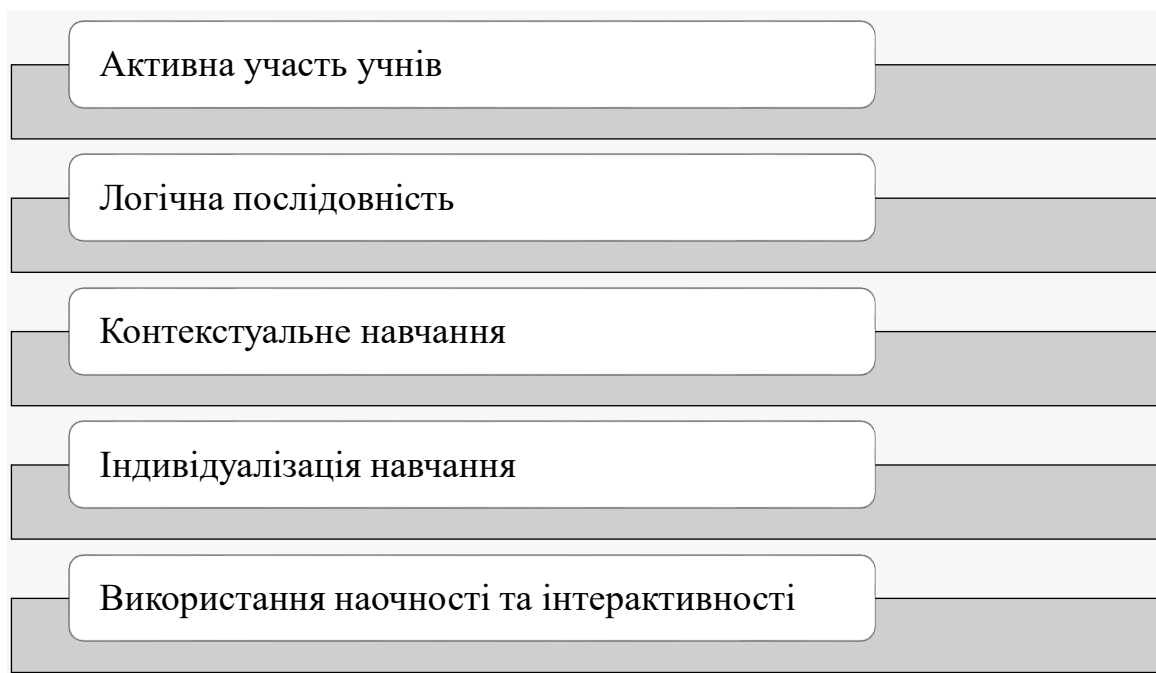


Рис. 1.1. Принципи методики вивчення теорем

*Джерело: створено автором за [3]*

Один із основних принципів методики вивчення теорем полягає в активній участі учнів у навчальному процесі. Це включає створення сприятливої атмосфери для спільної діяльності, розвиток самостійності та критичного мислення учнів. Вчителі повинні створити умови для взаємодії та



обміну ідеями між учнями, а також надати можливість самостійно відкривати та розв'язувати математичні проблеми.

Принцип активності передбачає залучення учнів до активної навчальної діяльності, їхнього самостійного мислення, пошуку рішень та власного внеску у процес вивчення теорем. Учні повинні мати можливість задавати питання, обговорювати матеріал, аналізувати та висувати гіпотези.

Вивчення теорем має відбуватися за логічною послідовністю, починаючи з основних та простих теорем, а потім переходячи до більш складних. Послідовність допомагає учням засвоювати матеріал поетапно, будувати зв'язки між різними теоремами та застосовувати їх у вирішенні завдань [8].

При вивченні теорем важливо створювати контекст, що відповідає реальним ситуаціям та проблемам. Застосування теорем у практичних прикладах та задачах допомагає учням бачити практичне застосування математики, розвивати аналітичні навички та критичне мислення.

Методика повинна бути адаптована до індивідуальних особливостей та потреб учнів. Вчителі повинні враховувати різний рівень підготовки, інтереси та стиль навчання кожного учня, щоб забезпечити їхнє успішне засвоєння теорем.

Використання наочних матеріалів, демонстраційних засобів та інтерактивних методів допомагає зрозуміти теореми більш візуально та практично. Взаємодія з матеріалами та активна участь учнів стимулюють їхню увагу та сприяють кращому засвоєнню матеріалу.

Підходи до викладання теорем можуть варіюватися в залежності від вікової групи учнів та їхнього рівня підготовки. Використання послідовності вивчення теорем, починаючи з простих та базових, і поступове переходження до складніших, допомагає учням будувати логічні зв'язки та розуміти зв'язок між різними теоремами. Крім того, важливо використовувати наочні матеріали, конкретні приклади та задачі для більш глибокого розуміння теорем [9].

Особливості підходу до викладання теорем включають:



Рис. 1.2. Особливості підходу до викладання теорем

*Джерело: створено автором за [9]*

Підхід до викладання теорем повинен бути орієнтований на потреби та особливості учнів. Вчителі повинні враховувати їх рівень підготовки, стиль навчання, індивідуальні особливості та інтереси, щоб забезпечити оптимальне засвоєння матеріалу. Також підхід до викладання теорем може включати використання різних методів і підходів, таких як пояснення, демонстрація, взаємодія, самостійна робота та інтерактивні методи. Варіативність допомагає залучити учнів з різними стилями навчання та сприяє їх активній участі у процесі вивчення [3].

Використання наочних засобів, графіків, діаграм, моделей та ілюстрацій може сприяти кращому розумінню теорем. Візуальні засоби допомагають зрозуміти абстрактні математичні концепції і встановити зв'язок між ними та реальним світом.

Використання проблемних завдань та задач спонукає учнів до критичного мислення, аналізу та розв'язування проблем. Це допомагає

розвивати навички самостійності, логічного мислення та творчого підходу до вивчення теорем.

Підхід до викладання теорем повинен включати систему зворотного зв'язку, що дозволяє вчителям відстежувати прогрес учнів та коригувати свої методи відповідно до їхніх потреб. Попереднє оцінювання, огляд та повторення матеріалу допомагають визначити потреби учнів та надати додаткову підтримку [11].

Методи активізації навчальної діяльності мають на меті стимулювати інтерес до вивчення теорем та підтримувати учнів у постійній активності. Інтерактивні методи, такі як групова робота, дослідницькі проєкти, використання ігрових елементів, сприяють активній участі учнів у процесі вивчення та розвитку їхніх навичок розв'язування математичних завдань.

Таким чином, у даному пункті розглянуто теоретичні основи методики вивчення теорем, які є важливими для організації ефективного навчального процесу. Принцип активності відображає важливість залучення учнів до активної навчальної діяльності, їхнього самостійного мислення та пошуку рішень. Логічна послідовність вивчення теорем дозволяє систематично та поетапно засвоювати матеріал, розвивати логічне мислення та здатність встановлювати зв'язки між різними теоремами. Контекстуальне навчання, яке передбачає застосування теорем у реальних прикладах та задачах, робить навчання більш практичним і заохочує розвиток аналітичних навичок. Адаптація підходу до викладання до індивідуальних потреб учнів дозволяє забезпечити їхнє успішне засвоєння матеріалу. Використання наочності та інтерактивності таких, як візуальні засоби та ігрові елементи, сприяє кращому розумінню теорем та підвищує зацікавленість учнів. Загалом, теоретичні основи методики вивчення теорем надають основи для створення ефективного та цікавого навчального процесу, сприяючи кращому засвоєнню матеріалу та розвитку математичних навичок учнів.

## 1.2. Побудова послідовності вивчення теорем

Побудова послідовності вивчення теорем є важливим етапом методики вивчення математичного матеріалу. Цей процес передбачає систематичне та поетапне представлення та освоєння теорем з урахуванням їхньої складності та зв'язків між ними. Основні принципи, які враховуються при побудові послідовності вивчення теорем, включають:

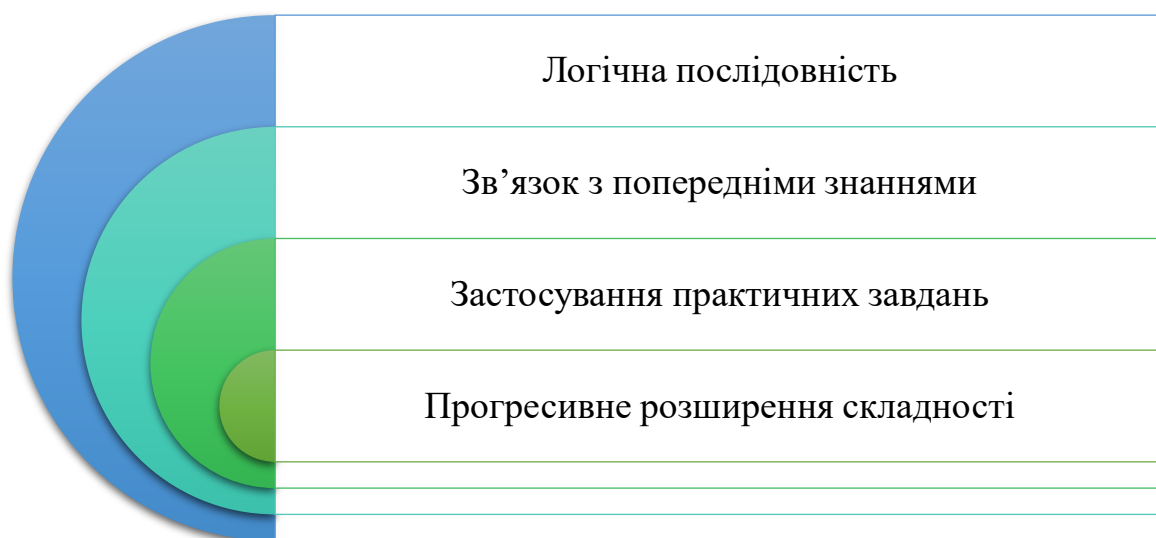


Рис. 1.3. Основні принципи побудови послідовності вивчення теорем

*Джерело: створено автором за [12]*

Логічна послідовність передбачає вивчення теорем відповідно до логічної структури математичного матеріалу, виклад якого організовано таким чином, щоб послідовно розвивати та розширювати розуміння математичних концепцій. Простіші теореми вивчаються перед складнішими, а теореми, які побудовані на основі попередніх, надаються відповідно до їх залежності [12].

Зв'язок з попередніми знаннями є важливим для розуміння нових теорем. Вивчення теорем повинно мати зв'язок з уже вивченими математичними поняттями. Це допомагає учням розуміти нові теореми в контексті попередніх знань і встановлювати зв'язки між ними.

Прогресивне розширення складності забезпечує поступове вивчення теорем. Починаючи з простих та базових теорем, учні поступово вивчають складніші теореми, які вимагають більш глибокого розуміння та застосування математичних методів. Такий підхід допомагає засвоїти матеріал поетапно та успішно освоїти складніші концепції [16].

Включення практичних завдань допомагає учням застосовувати вивчені теореми у реальних ситуаціях, що дозволяє їм бачити практичне значення і розвивати навички розв'язування задач.

Наведемо декілька ситуативних прикладів застосування побудови послідовності вивчення теорем на рисунку 1.4.



Рис. 1.4. Приклади застосування побудови послідовності вивчення теорем

*Джерело: створено автором за [2, 5, 7]*

Ці приклади ілюструють, як побудова послідовності вивчення теорем допомагає структурувати навчальний процес і сприяє кращому розумінню та застосуванню математичних теорем учнями.

Побудова послідовності вивчення теорем відіграє важливу роль у навчанні математики. Цей підхід структурує навчальний процес, допомагає учням краще розуміти та засвоювати матеріал, розвиває їх логічне мислення та дозволяє застосовувати набуті знання у реальних ситуаціях.

Перш за все, побудова послідовності надає структуру навчальному процесу. Вона дозволяє організувати математичний матеріал у логічну послідовність, вказуючи на зв'язки між теоремами та концепціями. Це допомагає учням краще орієнтуватися в матеріалі та зрозуміти його загальну структуру [2].

Далі, побудова послідовності сприяє поступовому засвоєнню матеріалу. Вивчення теорем відбувається поетапно, починаючи з простих та базових теорем і поступово переходячи до складніших. Такий підхід допомагає учням розуміти та запам'ятовувати матеріал ефективніше, оскільки вони будують свої знання на основі вже набутих відомостей [5].

Побудова послідовності також сприяє розвитку логічного мислення учнів. Вони навчаються розпізнавати логічні зв'язки та застосовувати їх для розв'язання проблем. Застосування логіки у вивченні теорем допомагає учням розвивати аналітичне та критичне мислення, що є важливими навичками не тільки в математиці, але й у різних сферах життя.

Останнім, але не менш важливим, є те, що побудова послідовності дозволяє школярам застосовувати набуті знання в реальних ситуаціях. Вони навчаються бачити практичні застосування математичних концепцій та теорем і використовувати їх для розв'язання реальних проблем. Це розширює їх розуміння та зацікавленість у математиці, а також надає практичне значення вивченому матеріалу [16]. Методика доведення теорем наведена у Додатку А.

Таким чином, побудова послідовності вивчення теорем з урахуванням логічної послідовності, зв'язку з попередніми знаннями, прогресивного розширення складності та включення практичних завдань є важливими компонентами методики вивчення теорем, що сприяють кращому розумінню, засвоєнню та застосуванню математичних теорем учнями.

### 1.3. Оцінювання рівня засвоєння теорем

Оцінювання рівня засвоєння теорем є важливою складовою методики вивчення математики. Це процес, який дозволяє вчителю оцінити, наскільки ефективно учні засвоїли вивчений матеріал. Оцінювання рівня засвоєння теорем може здійснюватися за допомогою різних методів та інструментів.



Рис. 1.5. Основні аспекти оцінювання

*Джерело: складено автором за [12]*

Перевірка знань включає використання письмових або усних тестів, домашніх завдань або контрольних робіт, що дозволяє перевірити, наскільки учні засвоїли теореми і можуть застосовувати їх у різних завданнях. Практичні завдання допомагають оцінити практичні навички школярів, які

вони отримали шляхом застосування вивчених теорем у реальних ситуаціях. Проекти та дослідження залучають учнів до творчої роботи та застосування теорем у нових контекстах, що дозволяє оцінити їх творчість та критичне мислення. Усний діалог та обговорення надають можливість учням висловлювати свої думки, аргументувати відповіді та вести математичні дискусії, що сприяє оцінці їхнього розуміння теорем та здатності до самостійного мислення [12].

Оцінювання може бути здійснюване через різні ситуаційні приклади. Наведемо декілька з них:



Рис. 1.6. Приклади оцінювання рівня засвоєння теорем

*Джерело: складено автором за [6]*

Серед таких прикладів можуть бути письмові тести, де учні мають сформулювати теорему або надати доведення. Їм також може бути запропоновано розв'язати задачу, використовуючи одну із вивчених теорем. Усний діалог може бути використано для обговорення теорем з учнями, де вони мають висловити свої думки та аргументувати свої відповіді. Проекти та дослідження можуть також слугувати як ситуативні приклади, де школярі



застосовують вивчені теореми для розв'язання практичних проблем або створення математичних моделей. Ці практичні приклади дозволяють оцінити рівень засвоєння пройденого матеріалу, їх розуміння та здатність до застосування математичних знань у різних ситуаціях [6].

Оцінювання рівня засвоєння теорем включає перевірку знань, виконання практичних завдань, проекти та дослідження, а також усні діалоги та обговорення.

### **Висновки до розділу 1**

У першому розділі кваліфікаційної роботи розглянуто теоретичні основи методики вивчення теорем у шкільному курсі математики. У ході дослідження виявлено, що ефективне вивчення теорем передбачає систематичний та логічний підхід до навчання.

Перш за все, теоретичні основи методики включають в себе принципи та підходи, які лежать в основі ефективного навчання теорем. Розуміння математичних понять та логічних зв'язків, активна участь учнів у процесі вивчення та застосування різних методів активізації навчальної діяльності є ключовими елементами успішного засвоєння теорем.

Побудова послідовності вивчення теорем є ще одним важливим аспектом методики. Це передбачає ступінь складності та послідовне введення теорем у шкільному курсі математики. Така послідовність сприяє поступовому розширенню знань учнів, розвитку їхнього логічного мислення та здатності до аналізу математичних стверджень.

Оцінювання рівня засвоєння теорем є необхідним етапом у процесі навчання. Ефективні методи оцінювання дозволяють вчителям отримати об'єктивну інформацію про рівень розуміння теорем учнями та визначити необхідні корекційні заходи для подальшого навчання.

Отже, у цьому розділі показано, що теоретичні основи методики вивчення теорем мають велике значення для успішного навчання математики. Розуміння принципів методики, побудова послідовності

вивчення теорем та використання ефективних методів оцінювання є ключовими компонентами, які сприяють поліпшенню процесу навчання та засвоєння теорем учнями.

## РОЗДІЛ 2

### ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДИКИ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕМ

#### 2.1. Використання інтерактивних методів при вивченні теорем

Вивчення теорем є важливою складовою математичної освіти, але іноді цей процес може бути складним і абстрактним для учнів. Щоб покращити їх розуміння і сприяти активному залученню до навчання, використання інтерактивних методів стає надзвичайно корисним.

Науковим обґрунтуванням доцільності досліджуваної теми є праці авторів, які на практиці доводять ефективність використання інтерактивних методів при вивченні теорем. Декілька авторів, таких як Ю. Бабанський, М. Башмакова, В. Беспалько, В. Шаталов, Є. Ільїн, С. Лисенкова та Ш. Амонашвілі [22], досліджували технологію інтерактивного навчання і надали теоретичну основу для використання цих методів. Дж. Дьюї, В. Кілпатрік та С. Т. Швацький вивчали технологію «Метод проєктів», а А. Г. Рівін та В. К. Дяченко досліджували технологію колективного способу навчання [23]. Дж. Дьюї також вніс вагомий внесок у дослідження технології проблемного навчання [22]. А. Єршов досліджував технологію комп'ютерного (інформаційного) навчання, Б. П. Нікітін – ігрові технології, а уміння особистості на етапах соціалізації були висвітлені в роботах [24].

Інтерактивні методи надають можливість учням взаємодіяти з матеріалом, експериментувати, задавати запитання і досліджувати концепції самостійно або у групах. Це стимулює їх активний підхід до вивчення, сприяє критичному мисленню, розвиває проблемно-орієнтовані навички і сприяє поглибленому розумінню математичних концепцій.

Методи застосування інтерактивних методів при вивченні теорем наведені на рис. 2.1.

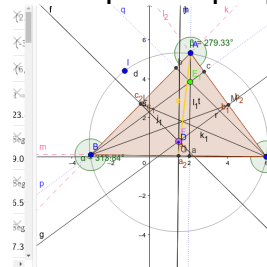
Демонстрація на дошці



Групова робота



Використання комп'ютерних програм



Рольова гра



Використання мультимедійних ресурсів

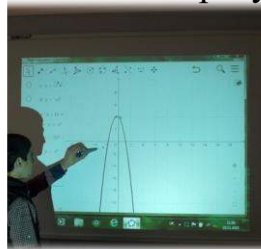


Рис. 2.1. Основні методи застосування інтерактивних методів при вивченні теорем

*Джерело: створено автором за [23]*

Вчитель може використовувати дошку або білий лист для ілюстрації теореми шляхом креслення діаграм або графіків. Учні при цьому можуть спостерігати за процесом та поясненнями вчителя, а також активно взаємодіяти, задавати питання і навіть пропонувати свої ідеї. Можна розділити школярів на групи і дати кожній групі завдання, пов'язане з конкретною теоремою. Діти можуть працювати разом, досліджуючи, доводячи або застосовуючи теорему до конкретних ситуацій. Після цього кожна група може поділитися своїми відкриттями та висновками з іншими групами.

Існує багато математичних програм, які дозволяють візуалізувати теореми та проводити інтерактивні дослідження. Наприклад, GeoGebra є потужним інструментом для вивчення геометрії та алгебри. Це дає змогу експериментувати з фігурами, змінювати параметри і спостерігати, як теореми змінюються або застосовуються до різних ситуацій.

Учні можуть виконувати роль вчених або математиків, які відкривають теореми. Вони можуть розігрувати ситуації, що призвели до відкриття теореми, або навіть створювати власні приклади для демонстрації теореми.

Використання відео, аудіозаписів, ілюстрацій та інших мультимедійних ресурсів може допомогти візуалізувати теореми та зробити їх більш доступними для учнів. Можна шукати відеоуроки, демонстрації теорем або навіть створювати власні мультимедійні матеріали для використання в класі [25].

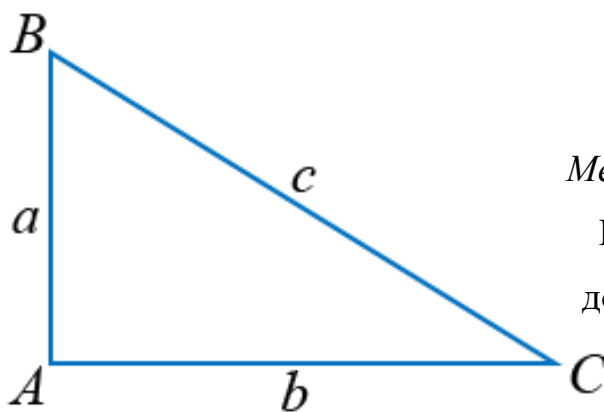
Використання цих інтерактивних методів може створити більш залучений і зацікавлений клас, де школярі активно займаються математикою та глибше розуміють теореми шляхом практичної взаємодії з ними.

*Тема:* Теорема Піфагора і застосування її до трикутників.

*Клас:* 8-й клас.

*Тривалість:* 45 хвилин.

*Мета уроку:* Ознайомити учнів з теоремою Піфагора, дати їм можливість самостійно досліджувати та застосовувати теорему до різних трикутників.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

*Хід уроку:*

Урок розпочинається зі вступу, де вчитель нагадує учням про поняття прямокутного трикутника та його властивості. Це допомагає школярам активізувати їх попередні знання та підготувати їх до вивчення нової теми.

Після вступу вчитель демонструє теорему на дошці, а саме: малює прямокутний трикутник та позначає його сторони як  $a$ ,  $b$  та  $c$ . Під час демонстрації вчитель пояснює, що застосовуючи теорему Піфагора, можна знайти довжину третьої сторони ( $c$ ) за допомогою формули:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Разом з учнями вчитель виконує обчислення, використовуючи конкретні числові значення для пошуку катетів прямокутного трикутника  $a$  та  $b$ .

Після демонстрації на дошці учні розділяються на групи по 3-4 людини і проводять групову роботу. Кожна група отримує картки з варіантами сторін  $a$  та  $b$  прямокутних трикутників. Групи працюють разом, застосовуючи теорему Піфагора для обчислення довжини сторони  $c$  для кожного трикутника на своїх картках. Вчитель спостерігає за роботою груп, надає допомогу та пояснення, якщо це необхідно [25].

Після такої роботи групи представляють свої результати, показуючи обчислення та трикутники. Учні порівнюють свої результати та обговорюють спостереження та правила, які можна зробити на основі проведених обчислень.

Далі проводиться обговорення застосування теореми Піфагора в реальних ситуаціях. Вчитель ставить запитання учням: "Як можна використовувати теорему Піфагора у практичних ситуаціях?" Учні роздумують та наводять приклади застосування теореми, наприклад, в будівництві, географії або астрономії.

Урок завершується заключенням, де підводяться підсумки. Вчитель наголошує на важливості теореми Піфагора як потужного інструменту для вимірювання відстаней у прямокутних трикутниках. Він заохочує учнів продовжувати дослідження та застосування теореми Піфагора в практичних ситуаціях.

Цей урок з математики пропонує школярам активну участь у дослідженні та застосуванні теореми Піфагора через групову роботу та обговорення результатів. Використання інтерактивних методів допомагає учням зрозуміти теорему та побачити її практичне застосування.

Власна розробка уроку, в якому використовуються інтерактивні методи при вивченні теореми Піфагора, наведена у Додатку В.

Використання інтерактивних методів при вивченні теорем, наприкладі уроку з теореми Піфагора, дозволяє створити активне та залучене навчальне середовище для учнів. Застосування групової роботи, обговорення результатів та використання інтерактивних інструментів сприяє поглибленню розуміння теорем та розвитку учнівських навичок [24].

Під час уроку учні активно взаємодіють один з одним, діляться своїми думками та спостереженнями. Групова робота над завданнями дозволяє їм спільно досліджувати теорему, виробляти власні гіпотези та встановлювати правила на основі власних спостережень. Цей процес стимулює активну пізнавальну діяльність учнів та розвиває їх критичне мислення та аналітичні навички.

Використання інтерактивних інструментів, таких як картки з варіантами задач, комп'ютерні програми або інтерактивні ресурси, дозволяє учням експериментувати, візуалізувати та перевіряти свої гіпотези. Це допомагає їм краще зрозуміти та запам'ятати матеріал, а також застосовувати його в реальних ситуаціях [22].

Застосування інтерактивних методів також сприяє підвищенню мотивації учнів до вивчення теорем. Вони стають більш зацікавленими і активно залучаються до уроку, оскільки беруть участь у власному навчанні та відчують себе активними учасниками навчального процесу.

Отже, використання інтерактивних методів при вивченні теорем сприяє поглибленню розуміння матеріалу, розвитку критичного мислення та аналітичних навичок школярів, а також підвищує їх мотивацію до навчання. Ці методи створюють стимулююче навчальне середовище, в якому учні можуть активно взаємодіяти та будувати власне знання.

## **2.2. Адаптація методики вивчення теорем для різних типів учнів**

Теорема у навчально-методичній літературі розглядається як висловлення, яке не є задачею на доведення, але його істинність є об'єктом доказу. Основними завданнями математичної освіти є навчання школярів

формулювати, доводити і використовувати теореми, що відображає особливості математичного пізнання та дедуктивну природу математики. Крім того, шкільний курс математики включає велику кількість задач на доведення, які своїм змістом та теоретичною важливістю відіграють роль теорем. Фаза доказу є важливою частиною процесу розв'язання задач конструктивної геометрії. Тому в навчанні математики створюються умови для повноцінного розвитку доказового мислення, формування теоретично-змістових операцій, включаючи аналіз, планування, абстракцію, узагальнення і рефлексію [29].

Найбільш поширеною формою формулювання теорем є та, яка базується на логічній операції імплікації і представлена у вигляді умовного висловлення. Дія формулювання таких теорем має символічну форму, яка відображається у логіко-математичній моделі:

$$\forall x \in X A(x) \Rightarrow B(x)$$

Методика вивчення теорем у контексті розвивальної математичної освіти розробляється на основі діяльнісного (задачного), системного та особистісно орієнтованого (суб'єктного) підходів. Ця методика направлена на розв'язання ключових освітньо-математичних проблем, таких як походження теоретичного матеріалу шкільної математики, реалізація методу математичного моделювання при розв'язанні прикладних і практичних задач, навчання способам дій при формулюванні теорем, формування навичок самостійного пошуку доказів, розв'язання навчальних і теоретичних задач при вивченні загальних та спеціальних методів доказу математичних висловлювань, формування навичок використання теорем для подальшого розвитку теорії та розв'язання математичних задач, а також рефлексія (самоаналіз, самооцінка, самоконтроль) засвоєння теорем (формулювання, доказування та використання в задачних ситуаціях).

У рамках розвивальної освіти, засвоєння теорем учнями досягається через організацію навчально-математичної діяльності, яка спрямована на розв'язання чотирьох взаємопов'язаних завдань: вивчення процесу відкриття,



способів формулювання теорем і формування на цій основі узагальнених способів дій; навчання самостійному пошуку доведень, формування евристичних схем (формулювання евристичних приписів); вивчення методів доказу теорем, створення їх навчальних моделей (розроблення правил-орієнтирів); формування навичок використання теорем у процесі розв'язання задач і розвитку математичної теорії.

### I стадія

Визначення та вирішення проблем за допомогою встановленого методу (центроване на досягненні успіху). Створення проблемно-орієнтованого контексту, що має практичне (застосувальне) значення, і вирішення якого передбачає виявлення нового теоретичного знання – теореми. Рефлексія на першій стадії навчального пізнання.

### II стадія

Визначення прикладного або практичного завдання, в процесі розробки якого використовується новий теоретичний факт, який буде названий теоремою. Семантичний аналіз завдання, побудова математичної моделі проблемної ситуації, виокремлення понять і взаємовідношень з метою дослідження їхніх зв'язків. Дослідження математичної моделі, визначення характеристичних властивостей понять, розуміння логічних взаємовідношень між ними. Використання математичної термінології (введення математичного терміну та відповідного символу). Формулювання теореми (на основі інтуїції) в імплікативній формі  $A \Rightarrow B$ . Пошук доведення та строге обґрунтування сформульованої теореми, що включає знаходження необхідних і достатніх умов для реалізації пропозицій. Рефлексія другої стадії навчального пізнання [29].

### III стадія

Визначення та вирішення навчальних задач (інтегроване вивчення теореми). Перше завдання пов'язане з формуванням методів дії в процесі самостійного виявлення та формулювання теорем, які розкривають їх зміст і

структуру. Це передбачає конструювання навчальної моделі методу дії під час самостійного виявлення теорем [31]:

- семантичний аналіз проблемної ситуації, виокремлення взаємовідношень і понять, які зустрічаються в багатьох часткових ситуаціях;
- формування семантичної абстракції: побудова математичної (графічної) моделі, яка відображає існуючі зв'язки та відношення між поняттями в символічній, геометричній (графічній) формах;
- формування семантичних узагальнень: вивчення математичної моделі, встановлення загальних і специфічних зв'язків між поняттями, що входять до складу пропозиції та висновку (введення терміну та відповідного символу), висунення гіпотези;
- формулювання теореми за схемою: роз'яснювально-понятійна частина  $\rightarrow$  умова  $\Rightarrow$  висновок;
- побудова таблиці, яка відображає зміст (символічний запис теореми), її структуру та тип: символічний запис теореми, тип теореми (проста або складена);
- контроль за виконанням попередніх дій;
- оцінка рівня засвоєння методу дії в процесі виявлення (формулювання) теорем.

Друга освітня задача, яка стосується самостійного пошуку доведення, передбачає дослідження характеристик мисленнєвого процесу, який дозволяє виконати логічний перехід від умови теореми до висновку. Зазвичай, процес доведення полягає в тому, щоб логічно обґрунтувати, чи містить умова теореми достатні (тобто необхідні та достатні) умови для реалізації висновку. Пошук доведення теореми можна розглянути як перехід від неявного встановлення достатніх ознак для висновку до їхнього явного встановлення в знайденому доказі. Тому навчання учнів самостійному пошуку доказів має

бути засноване на аналітичному способі міркувань і аналітичному методі доведення, а не на традиційному – синтетичному [31].

Припускаємо, що переважання синтетичного методу доведення теорем у шкільних підручниках з математики і у шкільній практиці в цілому, ускладнює вирішення другої освітньої задачі.

Навчально-теоретична модель аналітичного методу доведення може бути такою [29]:

1) Змістовий аналіз твердження, визначення того, що задано в умові, і того, що потрібно довести у висновку.

2) Змістовий аналіз умови і висновку твердження, виявлення існуючих логічних зв'язків. Аргументація чи достатня умова для того, щоб зробити висновок. Якщо так, то твердження вважається доведеним, якщо ні – то перейти до пункту 3.

3) Пошук раніше доведеного твердження (аксіоми), з якого випливає висновок. Якщо знайдено, то твердження вважається доведеним, якщо ні – то перейти до пункту 4.

4) Пошук ще не доведеного твердження, якого достатньо, щоб зробити висновок.

5) Знаходження наступного твердження, яке є достатнім, щоб виконувалось попереднє твердження. Якщо знайдене твердження вже доведене або безпосередньо випливає з умови теореми, то твердження вважається доведеним. У протилежному випадку – перейти до повторного виконання пункту 5.

6) Контроль виконаних дій під час використання аналітичного методу доведення.

7) Змістовий аналіз і оцінка (самооцінка) опанування аналітичного методу доведення тверджень (знаково-символьне відтворення).

Дієвим засобом розв'язку другої навчально-теоретичної задачі є формування вмінь школярів виконувати спеціальні дії підведення під поняття та виведення наслідків із факту належності об'єкта до поняття; оволодіння

загальнологічними та спеціальними методами доведення тверджень (їх навчальними моделями, правилами-орієнтирами); засвоєння евристичної схеми пошуку доведення. Ця схема стає предметом вивчення у процесі навчання самостійному пошуку доведень математичних тверджень. Зміст і структура евристичної моделі пошуку доведень може бути представлена таким чином [30]:

1. Змістовий аналіз задачної ситуації, виділення того, що дано в умові, і того, що вимагається довести у висновку.

2. Змістовий аналіз умови та висновку твердження, виділення понять і відношень, що їх пов'язують.

3. Моделювання задачної ситуації засобами математики:

- введення позначень (математичної символіки), виконання рисунку;
- встановлення відповідностей між змістом (поняттями, відношеннями), структурою задачної ситуації та її математичною моделлю;
- запис умови та висновку теореми (задачі) за допомогою логіко-математичної символіки;
- інтерпретація твердження, що доводиться (понять, відношень, логічних зв'язків) у математичній (графічній) формі.

4. Вивчення математичної моделі (етап розгорнутої аналітико-синтетичної діяльності) [32]:

- знаходження достатніх умов (ознак) для виконання висновку теореми (реалізація аналітичного методу доведення);
- розгортання умови теореми (формулювання проміжних висновків з того, що дано), виведення наслідків (знаходження необхідних умов);
- змістовий аналіз та зіставлення знайдених достатніх і необхідних умов;
- формулювання висновку щодо істинності твердження, яке доводиться. Якщо цей висновок ще не можна зробити, то відшукування нових достатніх умов, розгортання умови (одержання нових наслідків) – повторне виконання трьох попередніх дій четвертого етапу доведення.

5. Контроль за виконанням попередніх дій.

6. Змістовий аналіз та оцінка (самооцінка) засвоєння узагальненої схеми пошуку доведень теорем (розв'язування задач на доведення).

Третя задача стосується формування способів і методів доведення теорем, засвоєння школярами і студентами відповідних навчальних і навчально-теоретичних моделей загальнологічних та спеціальних методів доведення. З цією метою об'єктом вивчення стає метод (спосіб) доведення теореми. У результаті розгорнутої аналітико-синтетичної діяльності створюється навчальна (навчально-теоретична) модель методу доведення, яка визначає узагальнений спосіб дій під час розв'язування типових задач. Важливою складовою створеної системи дій є рефлексія процесу навчання математики, в основі якої – дії контролю та оцінки. Серед загальнологічних методів доведення особливе місце відводиться аналітичному та аналітико-синтетичному методам, які за своєю сутністю відображають мисленнєвий процес аналізу та синтезу [30].

Суть четвертої освітньо-теоретичної задачі полягає у методах використання теорем у ситуаціях вирішення задач. Це передбачає застосування загальних логічних дій, що визначають необхідні, достатні, а також одночасно необхідні і достатні умови для підтвердження тверджень, а також виконання двох конкретних дій: підведення під поняття і виведення наслідків з факту віднесення об'єкта до певного поняття.

Дія підведення математичного об'єкта під поняття охоплює такі операції [31]:

1. Визначення основних властивостей поняття.
2. Установлення логічних відносин між загальними і специфічними атрибутами поняття.
3. Перевірка, чи відповідає математичний об'єкт даному роду, чи характеризується він тими ж специфічними атрибутами і відносинами.
4. Формулювання висновку про те, чи входить математичний об'єкт до групи об'єктів, визначених у визначенні.

Дія виведення наслідків з факту віднесення об'єкта до певного класу об'єктів включає такі операції:

1. Визначення роду, до якого належить математичний об'єкт.
2. Встановлення специфічних атрибутів, які мають об'єкти даного класу.
3. Встановлення логічних відносин між загальними і специфічними атрибутами.

Логічне висловлювання виконується у форматі умовного висловлення: якщо виконується твердження  $P$ , то виконується твердження  $Q$ . Таким чином, встановлюється, що  $P$  є достатньою умовою для  $Q$ , а  $Q$  є необхідною умовою для  $P$ . Дія «логічна еквівалентність» розглядається через одночасне виконання двох умовних висловлювань: якщо виконується твердження  $P$ , то виконується твердження  $Q$ ; якщо виконується твердження  $Q$ , то виконується твердження  $P$ . Таким чином, встановлюється, що твердження  $P$  і  $Q$  є взаємно рівносильними.

Заключний аналіз та оцінка засвоєних методів дій стає завершенням розгляду кожної з чотирьох навчальних задач.

#### IV етап

Цей етап присвячений реалізації сконструйованих навчальних моделей з урахуванням принципу переходу від абстрактного до конкретного. Він має на меті формувати вміння та навички учнів, включаючи формулювання та вирішення задач, які передбачають застосування теореми, а також формулювання та доведення теорем, які випливають з попередніх. Таким чином, учні продовжують засвоювати два важливі блоки шкільної математики: теоретичний та практичний. Моніторинг реалізації дій та операцій, визначених на третьому етапі, здійснюється через вмістову та процесуальну оцінки. Вчатьса самооцінювати процес навчання математики з референтної та ціннісної точки зору [29].

## V етап

Цей етап передбачає змістовий аналіз попередніх етапів навчання. Самоаналіз, самоконтроль та самооцінка виконаної навчальної роботи проводяться з урахуванням змісту, процесу, референтних та ціннісних аспектів. Вивчається теорема з варіативним та альтернативним поглядами, включаючи введення концепції еквівалентності двох теорем, формулювання еквівалентної теореми, доведення теореми альтернативним способом та застосування теореми у нових контекстах. Планується задача, яка передбачає теоретичне узагальнення [29].

У підручнику [6] представлено приклади використання створеної навчально-методичної моделі для вивчення теорем шкільного курсу математики.

Отже, методологія відповідає основним принципам розвиваючої математичної освіти: обґрунтування походження теоретичних знань і активізація науково-теоретичного мислення; задачний підхід до організації навчального процесу; організація навчання математики через математичну діяльність; розвиток пізнавального процесу, починаючи від абстрактного до конкретного; рефлексія виконаної роботи і способів дій. Особливості методології навчання розв'язуванню задач у контексті розвиваючої математичної освіти будуть предметом наших майбутніх досліджень [34]. Методика навчання учнів доведенню теорем наведена у Додатку Б.

Адаптація методики вивчення теорем для різних типів учнів є важливим аспектом навчального процесу, оскільки кожен з них має свої унікальні потреби, стиль навчання та рівень здібностей. Основною метою адаптації є створення навчального середовища, яке максимально враховує індивідуальні особливості кожного учня та сприяє їхньому успіху у вивченні теорем.

Одним із підходів до адаптації методики вивчення теорем є застосування різних візуальних матеріалів та маніпулятивних засобів. Для візуально нахильних учнів можна використовувати діаграми, схеми, рисунки

або відеоматеріали, які допоможуть їм краще усвідомити та запам'ятати теорему. Водночас для кінестетично нахильних учнів можна запропонувати виконання практичних завдань, конструювання моделей або маніпуляцію з реальними предметами, щоб сприяти їхньому активному залученню та розумінню теореми [26].

Крім того, адаптація методики може включати використання різних рівнів складності завдань. Для учнів з високим рівнем здібностей можна запропонувати складніші завдання, які вимагають глибшого розуміння та застосування теореми в нетривіальних ситуаціях. У той же час, для учнів з низьким рівнем здібностей можна розробити спрощені завдання та додаткову підтримку для їх успішного вивчення теорем.

Також важливо враховувати індивідуальні потреби школярів у розумінні матеріалу. Деяким учням може бути потрібна додаткова пояснювальна робота або більше часу для освоєння матеріалу. Вчитель може працювати індивідуально з такими учнями, надаючи їм додаткову підтримку та пояснення, або використовувати диференційовані завдання для забезпечення адаптації до потреб кожного учня [28].

Адаптація методики вивчення теорем для різних типів школярів включає кілька важливих етапів, які спрямовані на створення оптимальних умов для навчання та розвитку кожного учня (рис. 2.2).





Рис. 2.2. Етапи адаптації методики вивчення теорем для різних типів учнів

*Джерело: створено автором за [27]*

Починаючи з першого етапу – діагностики, вчитель проводить детальне вивчення індивідуальних потреб та особливостей кожного учня. Це включає аналіз їхніх здібностей, стилів навчання, сильних та слабких сторін. З метою отримання об’єктивної інформації, вчитель може використовувати різноманітні методи, такі як спостереження, тестування або індивідуальні розмови [27].

Після проведення діагностики, вчитель переходить до другого етапу – планування. Він розробляє індивідуальний план адаптації методики, враховуючи особливості кожного учня. План включає конкретні засоби, стратегії та матеріали, які відповідають потребам учнів та сприяють їхньому успішному навчанню.

Третій етап – розробка різноманітних матеріалів, є важливим компонентом адаптації методики. Вчитель створює або вибирає візуальні

матеріали, маніпулятивні засоби та завдання різного рівня складності. Це допомагає візуально нахильним учням краще усвідомити матеріал, а кінестетично нахильним – активно залучитися до процесу навчання. Додаткові диференційовані матеріали допомагають стимулювати інтелектуальний розвиток учнів на різних рівнях здібностей.

Четвертий етап – групування учнів, є ефективним способом адаптації методики для різних типів учнів. Вчитель формує групи, враховуючи їхні потреби та рівень здібностей. Групова робота дозволяє учням взаємодіяти, навчатися один від одного та розв'язувати завдання в колективі. Використання мікрогруп або партнерської роботи також сприяє взаємопідтримці та взаємному навчанню.

На п'ятому етапі – індивідуальна робота, вчитель надає додаткову підтримку та пояснення учням, які мають специфічні потреби або вимагають більшої уваги. Це може включати індивідуальні консультації, додаткові завдання або час для самостійного освоєння матеріалу. Важливо забезпечити, щоб кожен учень отримав необхідну підтримку та стимулювання для успішного навчання [26].

На шостому етапі – оцінювання, вчитель використовує різні методи та засоби оцінювання, які враховують індивідуальні потреби учнів. Це можуть бути індивідуальні завдання, проєкти, практичні дослідження або портфоліо. Оцінювання спрямоване на визначення рівня засвоєння матеріалу та прогресу кожного учня.

На сьомому етапі – постійний моніторинг та корекція, вчитель уважно спостерігає за реакцією учнів та результатами навчання. Він вносить необхідні корективи, адаптуючи методику, матеріали чи стратегії, якщо це необхідно. Постійне вдосконалення та аналіз ефективності адаптованої методики допомагають вчителю найкращим чином задовольнити потреби та досягти успіху кожного учня [28].

Адаптація методики вивчення теорем для різних типів школярів є процесом, що вимагає індивідуального підходу, творчості та постійного

вдосконалення з боку вчителя. Вона дозволяє створити навчальне середовище, в якому кожен учень може максимально розвинутися та досягти свого потенціалу.

### **2.3. Ефективність застосування методики вивчення теорем з використанням інтерактивних підходів**

Ефективність застосування методики вивчення теорем з використанням інтерактивних підходів демонструється на кількох рівнях.

По-перше, застосування інтерактивних методів стимулює активну участь учнів у процесі навчання. Замість пасивного слухання лекцій, діти залучаються до різних вправ, завдань та діяльностей, які сприяють їхньому активному мисленню та розвитку навичок. Вони мають можливість самостійно експериментувати, висувати гіпотези, аргументувати свої відповіді та спілкуватися з іншими учнями. Це сприяє глибокому засвоєнню матеріалу та розвитку критичного мислення.

По-друге, інтерактивні методи дозволяють персоналізувати навчання, враховуючи індивідуальні потреби та здібності школярів. Вчителі можуть пристосовувати завдання та матеріали до різних рівнів складності, індивідуально консультувати учнів та забезпечувати додаткову підтримку для тих, хто її потребує. Це допомагає кожному учневі працювати у своєму темпі та досягати успіху в навчанні.

По-третє, інтерактивні методи сприяють розвитку комунікативних навичок та соціального спілкування. Учні взаємодіють один з одним, обговорюють завдання, обмінюються ідеями та допомагають один одному у процесі вивчення теорем. Це сприяє розвитку навичок співпраці, слухання, аргументації та взаєморозуміння, які є важливими не лише для математики, але й для життя загалом.

По-четверте, інтерактивні методи допомагають візуалізувати абстрактні математичні концепції та теореми. Використання діаграм, схем, рисунків, графіків та інших візуальних засобів дозволяє дітям краще

розуміти та запам'ятовувати матеріал. Візуалізація також допомагає учням бачити зв'язки між різними поняттями та використовувати їх у реальних ситуаціях.

Застосування інтерактивних методів при вивченні теорем забезпечує більш глибоке розуміння матеріалу, створює сприятливу навчальну атмосферу, розвиває навички мислення, співпраці та комунікації. У результаті, учні стають більш мотивованими, активними та компетентними в математиці.

Для підтвердження теоретичної оцінки ефективності застосування методики вивчення теорем було проведено онлайн-опитування серед учнів щодо ефективності застосування методики вивчення теорем.

Питання, які були включені в опитування про ефективність застосування методики вивчення теорем:

1. Наскільки ефективним ви вважаєте використання інтерактивних методів для вивчення теорем у твоєму класі? (Від 1 до 5, де 1 – дуже неефективно, а 5 – дуже ефективно)
2. Як часто на уроках математики у вас використовували інтерактивні методи під час вивчення теорем? (Часто, помірно, рідко, майже ніколи)
3. Які саме інтерактивні методи застосовувались на уроках під час вивчення теорем? (Можна вибрати один або кілька варіантів: групова робота, використання візуальних матеріалів, використання додаткових ресурсів або програмного забезпечення, спільне розв'язування задач, дебати тощо)
4. Які зміни ви відзначили у себе в розумінні та освоєнні теорем після застосування інтерактивних методів? (Можна вибрати один або кілька варіантів: покращення здатності до абстрактного мислення, зростання зацікавленості до математики, покращення комунікативних навичок, більш глибоке розуміння матеріалу, підвищення активності тощо)

5. Як би ви оцінили своє ставлення та ставлення учнів вашого класу до інтерактивних методів на уроках математики? (Дуже позитивна, позитивна, нейтральна, негативна, дуже негативна)

6. Чи помітили ви зростання співпраці та взаємодії у класі під час застосування інтерактивних методів? (Так, ні, трохи)

7. Чи відчуваєте ви підвищену мотивацію до вивчення теорем після застосування інтерактивних методів? (Так, ні, не впевнений/впевнена)

8. Які переваги та обмеження ви бачите у застосуванні інтерактивних методів для вивчення теорем?

9. Які рекомендації ви могли б надати вчителям, які бажають використовувати інтерактивні методи при вивченні теорем?

10. Чи були надані вам достатні ресурси та підтримка для успішного використання інтерактивних методів у вивченні теорем?

Опитування було проведено у форматі Google Форми серед 50 учнів.

Результати опитування щодо ефективності застосування методики вивчення теорем наведені на рис. 2.3-2.11.

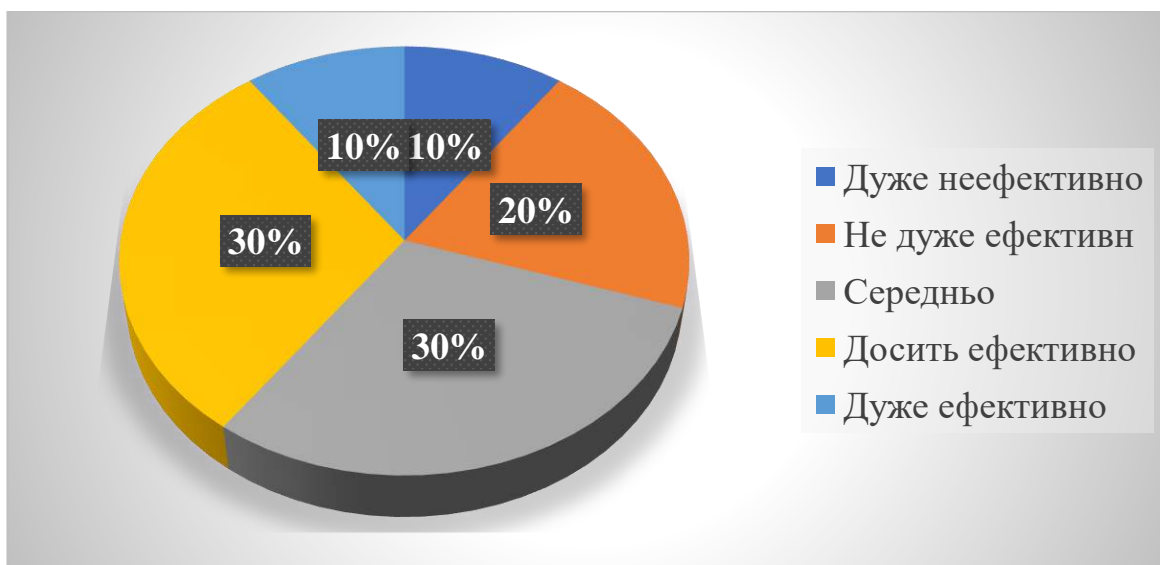


Рис. 2.3. Результати відповіді респондентів на питання №1

«Наскільки ефективним ви вважаєте використання інтерактивних методів для вивчення теорем у вашому класі?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Частина учнів (30%) оцінюють ефективність застосування методики як «досить ефективну», також 30% вважають її «середньою». Лише 10% учнів вважають її «дуже ефективною», тоді як 20% відзначають, що вона є «не дуже ефективною» або «дуже неефективною». Ці результати свідчать про те, що більшість учнів відчують певний рівень успіху в застосуванні методики вивчення теорем, але є також учнів, які виявляють певні труднощі або несприятливі результати.

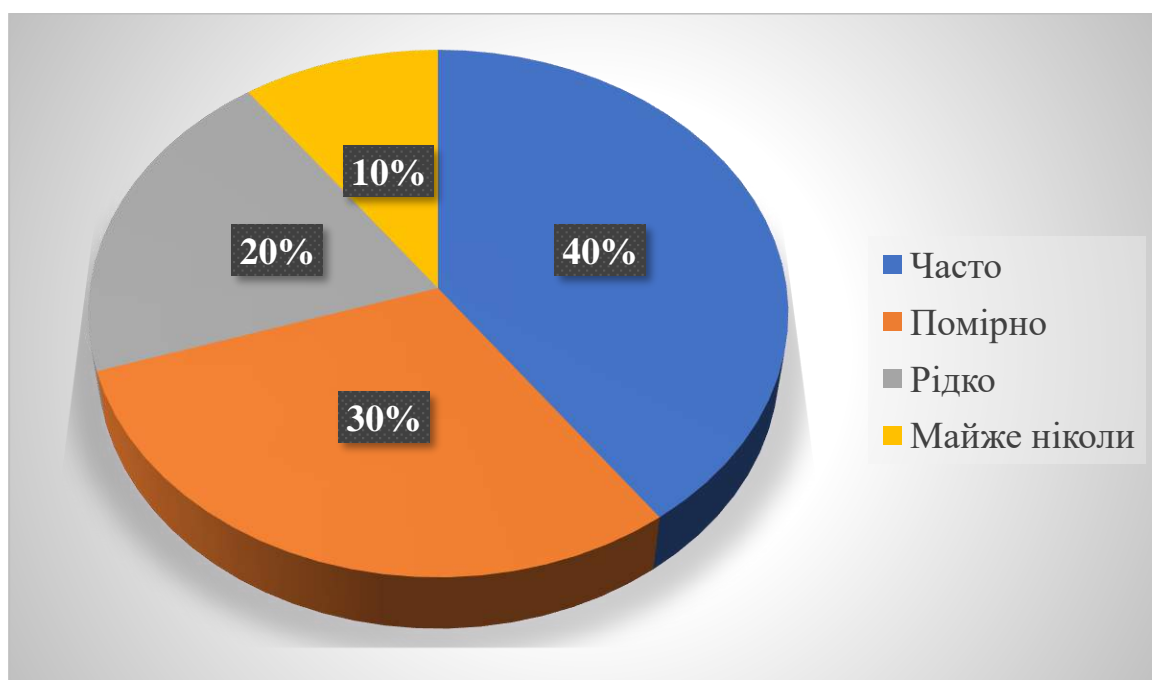


Рис. 2.4. Результати відповіді респондентів на питання №2

«Як часто на уроках математики у вас використовували інтерактивні методи під час вивчення теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Опитані учні відзначають різний підхід до використання інтерактивних методів. 40% вчителів використовують їх часто, що свідчить про постійне впровадження інтерактивних підходів у навчальний процес. Зауважимо, що 30% вчителів використовують їх помірно, що може свідчити про можливості для більшого застосування інтерактивних методів.

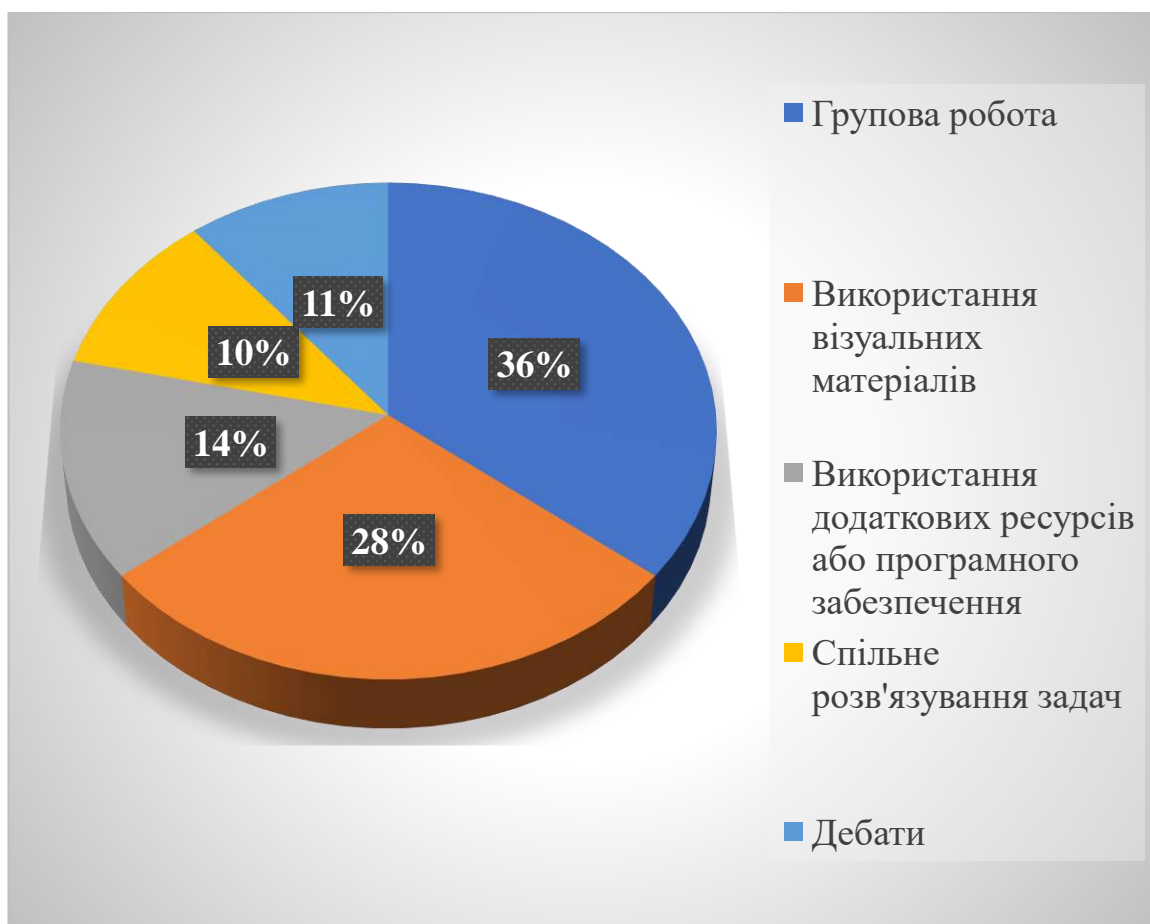


Рис. 2.5. Результати відповіді респондентів на питання №3 «Які саме інтерактивні методи застосовувались на уроках під час вивчення теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Викладачі найчастіше використовують групову роботу (36%) та використання візуальних матеріалів (28%) у навчальному процесі. Інші методи, такі як використання додаткових ресурсів або програмного забезпечення, спільне розв'язування задач та дебати, менш поширені. Це свідчить про те, що багато вчителів використовують ефективні підходи, які сприяють активному залученню учнів та використанню візуальних засобів.

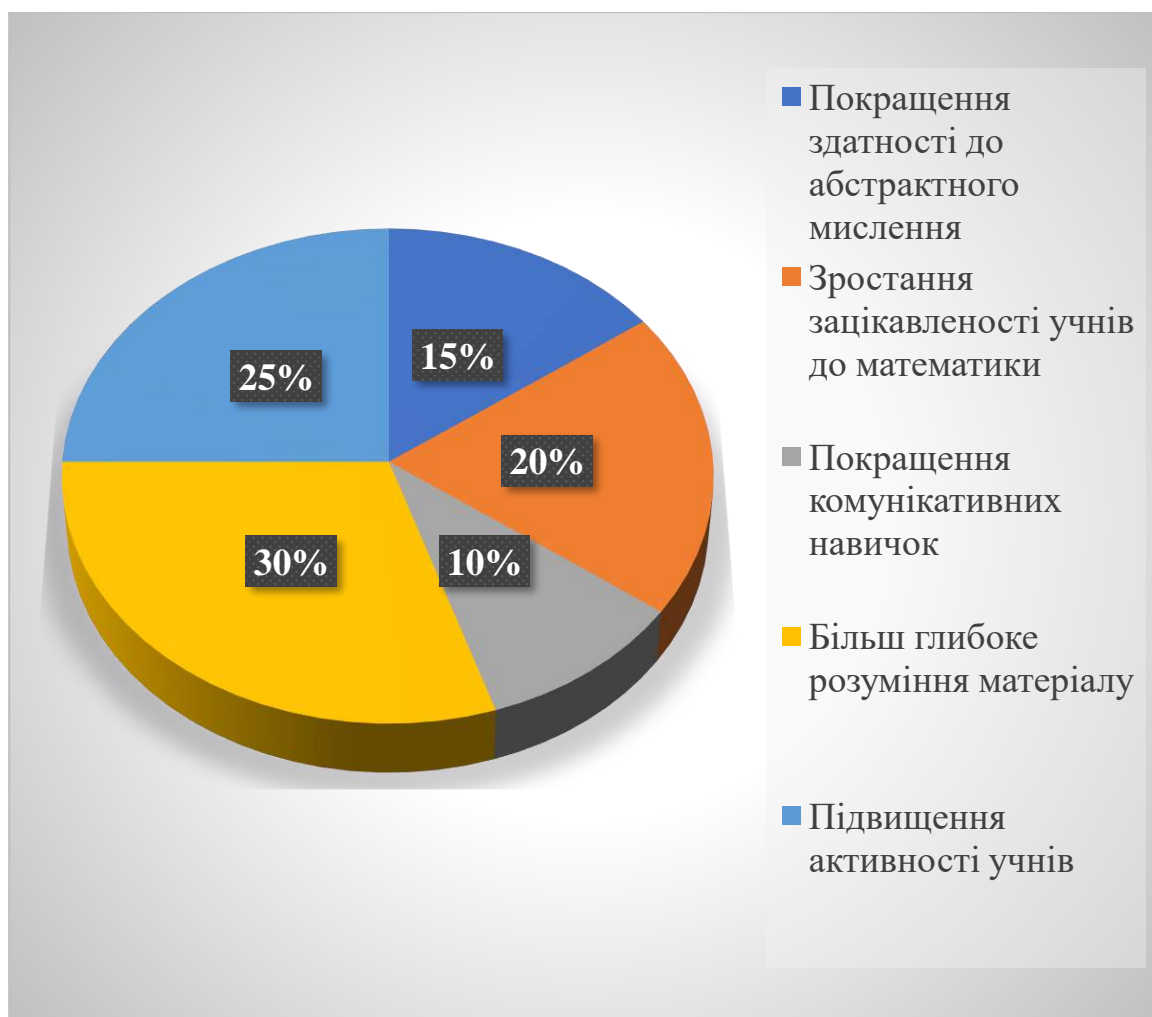


Рис. 2.6. Результати відповіді респондентів на питання №4  
«Які зміни ви відзначили у себе в розумінні та освоєнні теорем  
після застосування інтерактивних методів?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Опитування вказує на позитивні зміни в розумінні та освоєнні теорем учнями після застосування інтерактивних методів. Більшість учнів (60%) відзначають більш глибоке розуміння матеріалу, а також покращення здатності до абстрактного мислення (30%) та зростання зацікавленості до математики (40%). Деякі учні також відзначають підвищення активності (50%) та покращення комунікативних навичок (20%).



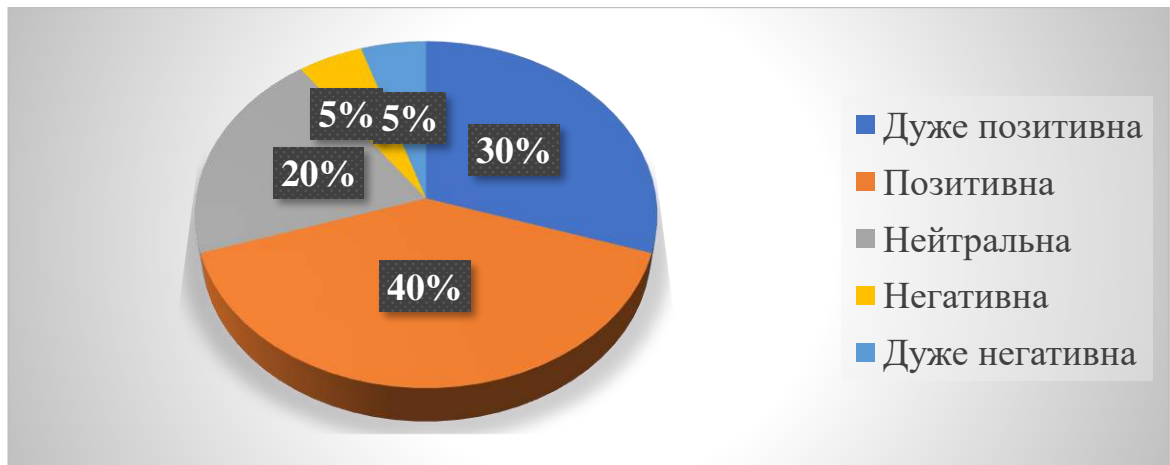


Рис. 2.7. Результати відповіді респондентів на питання №5  
«Як би ви оцінили своє ставлення та ставлення учнів вашого класу  
до інтерактивних методів на уроках математики?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Результати показують, що більшість учнів (70%) спостерігають позитивну або дуже позитивну реакцію на використання інтерактивних методів. Нейтральна реакція була відзначена 20% учнів, а лише 10% учнів відзначають негативну або дуже негативну реакцію.

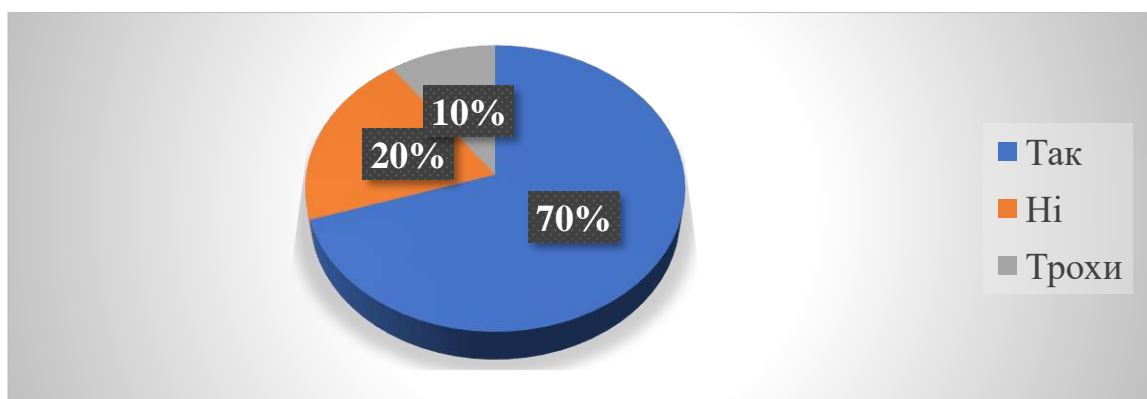


Рис. 2.8. Результати відповіді респондентів на питання №6  
«Чи помітили ви зростання співпраці та взаємодії у класі під час  
застосування інтерактивних методів»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість учнів (70%) відмічають зростання співпраці та взаємодії під час застосування інтерактивних методів, що свідчить про позитивний вплив таких методів на соціальне середовище класу.

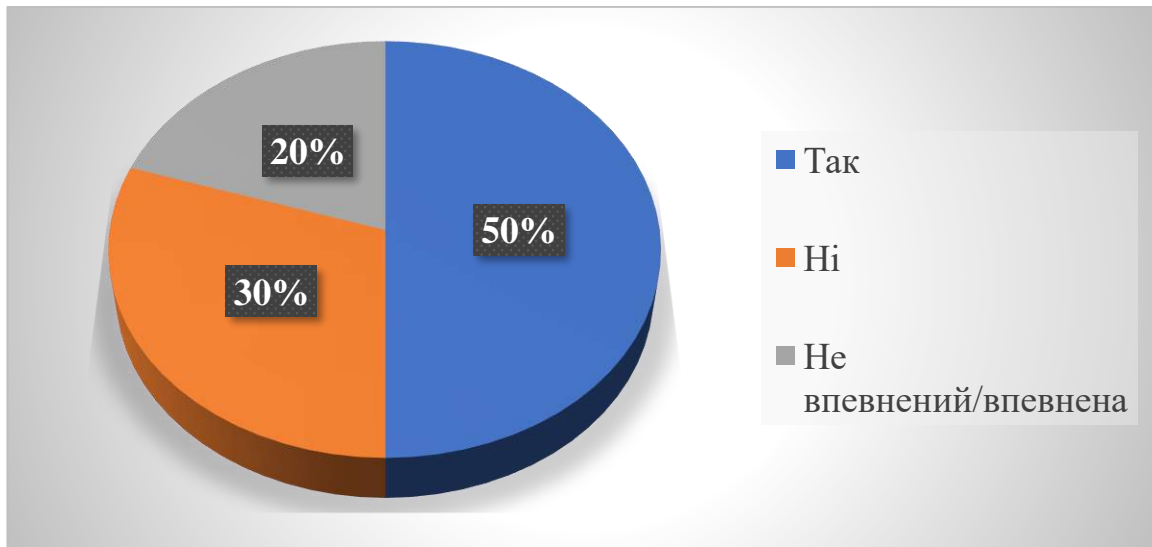


Рис. 2.9. Результати відповіді респондентів на питання №7  
«Чи відчуваєте ви підвищену мотивацію до вивчення теорем  
після застосування інтерактивних методів?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Близько половини учнів (50%) відмічають підвищену мотивацію до вивчення теорем після застосування інтерактивних методів, що може свідчити про позитивний вплив цих методів на навчальну мотивацію.

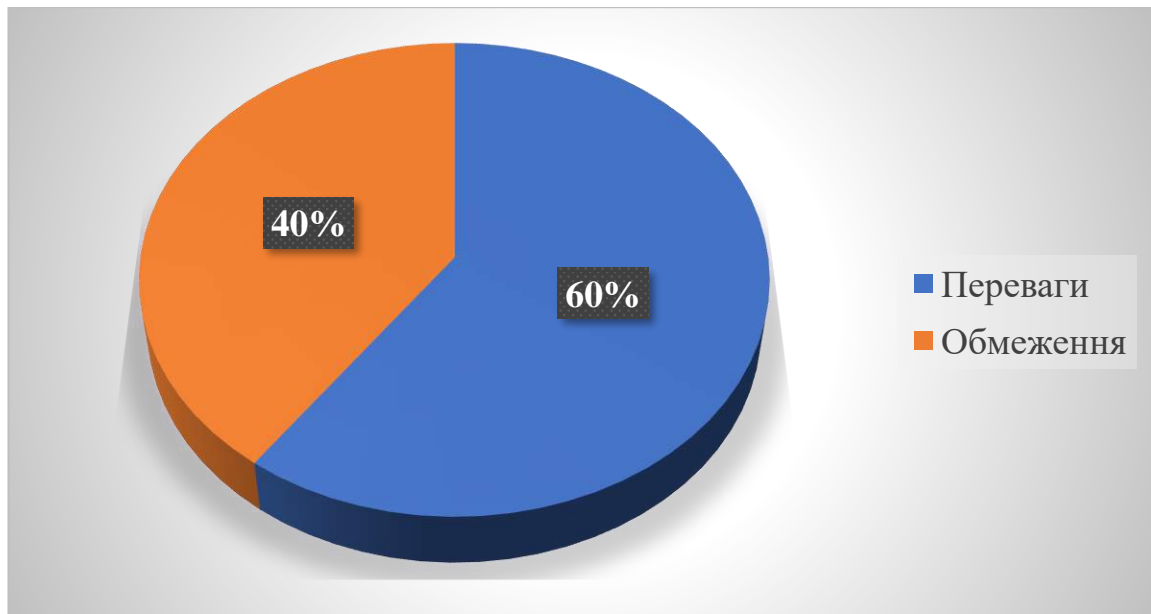


Рис. 2.10. Результати відповіді респондентів на питання №8  
«Переваги чи обмеження ви бачите у застосуванні  
інтерактивних методів для вивчення теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість учнів (60%) відзначають переваги застосування інтерактивних методів, що свідчить про їхню корисність у навчальному процесі. Обмеження зазначили 40% учнів, що може вказувати на труднощі або виклики, пов'язані з використанням цих методів.

Грунтуючись на відповідях респондентів щодо рекомендацій використання інтерактивних методів при вивченні теорем – були отримані наступні відповіді:

- «Впроваджуйте інтерактивні методи поступово, давайте звикнути до нових форм навчання».
- «Створюйте ситуації, де ми можемо брати участь в груповій роботі, спільному розв'язуванні задач, обговоренні теорем. Підтримуйте активність та ініціативу».
- «Графіки, діаграми, ілюстрації та інші візуальні засоби допоможуть краще зрозуміти та запам'ятати теореми».

- «Поставте реальні завдання, які потребують застосування теорем. Заохочуйте до спільного розв’язування проблем та обміну ідеями».
- «Створіть атмосферу, де ми відчуваємося комфортно та можемо ділитися своїми думками та досвідом. Заохочуйте співпрацю та взаємодію між нами».

Ці рекомендації дають загальний орієнтир вчителям, які прагнуть використовувати інтерактивні методи при вивченні теорем. Вони відображають переважну більшість позитивних рекомендацій, а також нейтральні та негативні рекомендації, які можуть враховуватися при плануванні та реалізації навчального процесу.

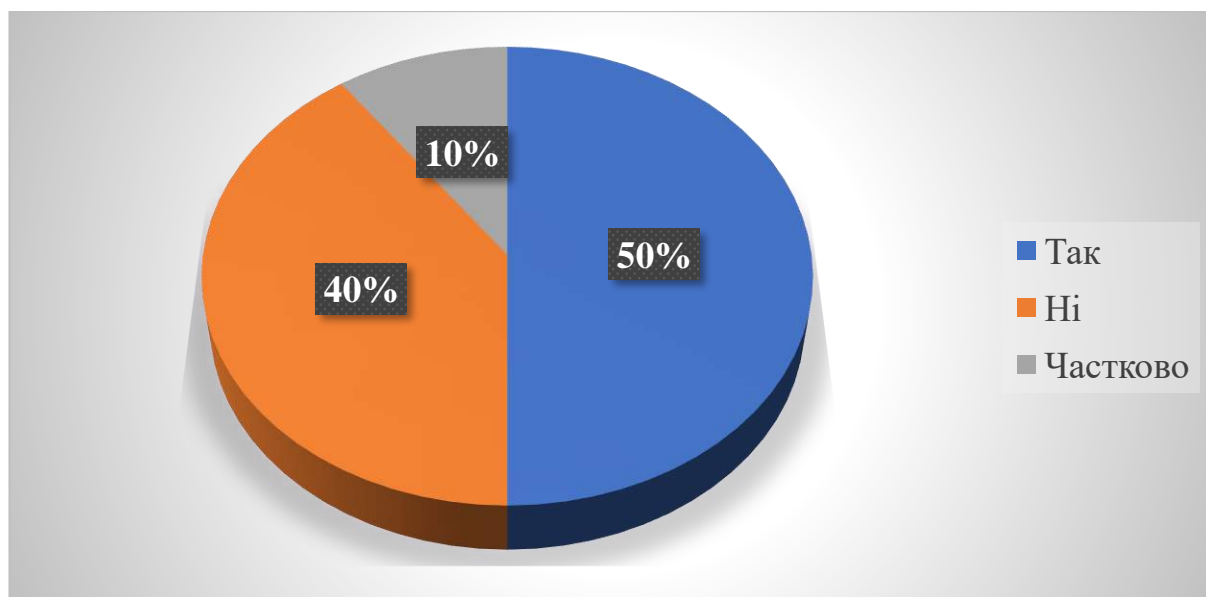


Рис. 2.11. Результати відповіді респондентів на питання №10 «Чи були надані вам достатні ресурси та підтримка для успішного використання інтерактивних методів у вивченні теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Близько половини учні (50%) повідомляють, що були надані достатні ресурси та підтримка для успішного впровадження інтерактивних методів. Однак, 40% учнів зазначають, що не отримали достатню підтримку, що може впливати на ефективність використання таких методів.

Більшість учнів, які брали участь у опитуванні, оцінюють ефективність застосування методики вивчення теорем як досить ефективну або середню. Це свідчить про те, що використання інтерактивних методів в навчальному процесі може мати позитивний вплив на результати вивчення теорем учнями.

Учні, які використовують інтерактивні методи при вивченні теорем, зазначають їх різноманітність, зокрема використання групової роботи та візуальних матеріалів. Це свідчить про те, що інтерактивні методи дозволяють вчителям залучати учнів до активного навчання та використовувати різноманітні підходи для досягнення мети.

Після застосування інтерактивних методів учнями спостерігають позитивні зміни у розумінні та освоєнні теорем, такі як більш глибоке розуміння матеріалу, покращення абстрактного мислення, зростання зацікавленості та активності учнів. Це підтверджує позитивний вплив інтерактивних методів на процес навчання теорем.

Більшість учнів також зауважують позитивну реакцію на використання інтерактивних методів та зростання співпраці між ними. Це свідчить про підвищену мотивацію та зацікавленість учнів у вивченні теорем, а також створення сприятливого навчального середовища.

Отримані результати опитування підтверджують загальну ефективність застосування методики вивчення теорем з використанням інтерактивних методів. Вони свідчать про позитивний вплив цих методів на розуміння та освоєння теорем учнями, мотивацію до навчання та підвищення співпраці в класі. Проте варто враховувати індивідуальні особливості учнів та забезпечити належну підтримку та ресурси для успішного впровадження інтерактивних методів у навчальний процес.

## **Висновки до розділу 2**

У другому розділі кваліфікаційної роботи розглянуто практичну реалізацію методики вивчення теорем у шкільному курсі математики. Дослідження включало в себе використання інтерактивних методів,

адаптацію методики для різних типів учнів та оцінку ефективності її застосування.

Перш за все використання інтерактивних методів при вивченні теорем має значний позитивний вплив на навчання. Інтерактивні методи, такі як групова робота, дослідницькі проєкти, використання технологій, сприяють активній участі учнів у процесі навчання, розвитку їхнього критичного мислення та здатності до спільної роботи. Вони стимулюють інтерес до вивчення теорем та сприяють їх кращому розумінню.

Адаптація методики вивчення теорем для різних типів школярів є ще одним важливим аспектом практичної реалізації. Кожен учень має свої індивідуальні особливості та стиль навчання. Адаптовані підходи до вивчення теорем дозволяють вчителям враховувати ці різниці та надавати учням можливість засвоювати матеріал на своєму рівні розуміння.

Оцінка ефективності застосування методики вивчення теорем є важливим кроком для оцінки результатів навчання. Вона дозволяє вчителям визначити, наскільки успішно учні засвоюють теореми та застосовують їх у практичних завданнях. Це надає можливість виявити потреби учнів та внести необхідні корективи у процес навчання.

Отже, у розділі 2 підкреслено практичну реалізацію методики вивчення теорем. Використання інтерактивних методів, адаптація до різних типів учнів та оцінка ефективності допомагають покращити процес навчання та засвоєння теорем учнями, сприяючи розвитку їхніх навичок та підвищенню академічних результатів.

## РОЗДІЛ 3

### ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ У ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

#### 3.1. Використання проєктного навчання при вивченні теорем

Використання проєктного навчання при вивченні теорем є одним із методів, який активно впроваджується у сучасній освіті. Проєктне навчання забезпечує учням активну роль у процесі здобуття знань, розвиває їхні творчі та дослідницькі навички, а також сприяє засвоєнню теорем та їхньому застосуванню у реальних ситуаціях [27].

Проєктне навчання передбачає реалізацію учнівських проєктів, які стимулюють самостійність, ініціативу та колективну співпрацю. При вивченні теорем проєкт може включати такі етапи (табл. 3.1):

Таблиця 3.1 – Етапи проєктного навчання при вивченні теорем

№	Етапи	Зміст етапів
1	Вибір теми	Учні мають можливість самостійно обрати тему, пов'язану з вивченням теорем. Це сприяє їхній особистій зацікавленості та мотивації.
2	Планування проєкту	Учні разом з учителем формують план роботи, визначають конкретні цілі, завдання та ресурси, необхідні для виконання проєкту.
3	Дослідження та збір інформації	Учні здійснюють пошук, аналізують та систематизують інформацію, пов'язану з теоремами, їхніми властивостями та застосуванням.
4	Практична реалізація проєкту	Учні застосовують теореми до вирішення конкретних завдань, розв'язують задачі або

№	Етапи	Зміст етапів
		моделюють реальні ситуації, де використовуються вивчені теореми.
5	Презентація проєкту	Учні демонструють результати своєї роботи, діляться знаннями та висвітлюють важливі відомості про теореми, які вони вивчали.
6	Рефлексія та оцінювання	Учні аналізують свою роботу, оцінюють свої досягнення та розвиток, а також отримують зворотний зв'язок від учителя та співучнів.

*Джерело: складено автором за [26]*

Кожен із цих етапів важливий для успішної реалізації проєктного навчання при вивченні теорем. Вони сприяють активному залученню учнів, розвитку їхніх дослідницьких навичок, практичному застосуванню теорем та комунікації своїх результатів. Крім того, ці етапи дозволяють учням бути активними учасниками навчального процесу, розвивати свою творчість та самостійність.

Для більш чіткого розуміння проєктного навчання наведемо приклад проєктного уроку, який можна використати при вивченні теорем.

*Назва проєкту: «Дослідження властивостей трикутників»*

Цілі проєкту:

- Дослідити основні властивості трикутників і їх відношення до теорем.
- Застосувати отримані знання для розв'язання реальних задач, пов'язаних з трикутниками.
- Провести презентацію та обговорення результатів дослідження.

Етапи проєкту:

1. Вибір теми та формулювання питань дослідження:
  - Які властивості мають трикутники?



- Які теореми пов'язані з трикутниками?

## 2. Планування проєкту:

- Створення груп для спільної роботи.
- Визначення завдань кожної групи, наприклад:

Група 1: Дослідження властивостей кутів у трикутнику.

Група 2: Дослідження властивостей сторін трикутника.

Група 3: Дослідження властивостей висот та медіан трикутника.

## 3. Дослідження та збір інформації:

Кожна група здійснює дослідження своєї теми, використовуючи підручники, Інтернет, додаткові джерела.

Запис результатів дослідження, зібраних фактів та властивостей.

## 4. Практична реалізація проєкту:

Кожна група застосовує отримані знання для розв'язання практичних задач, наприклад:

- Група 1: Розв'язання задачі про суму кутів у трикутнику.
- Група 2: Розв'язання задачі про відношення сторін у рівнобедреному трикутнику.
- Група 3: Розв'язання задачі про властивості медіан трикутника.

## 5. Презентація проєкту:

- Кожна група підготовлює презентацію своїх результатів.
- Презентація може включати пояснення властивостей, приклади, графіки та ілюстрації.

• Під час презентацій учасники проєкту активно спілкуються, діляться своїми думками та досвідом.

## 6. Рефлексія та оцінювання:

- Обговорення результатів дослідження та презентацій.
- Учні оцінюють свою роботу та розвиток, виносять свої висновки щодо важливості вивчення теорем про трикутники.

Цей проєктний урок з вивчення теорем дозволить учням більш глибоко розуміти властивості трикутників та їх зв'язок з теоремами. Він сприятиме розвитку дослідницьких навичок, творчого мислення, комунікативних та презентаційних вмінь школярів.

*План-проспект уроку*

*«Вивчення властивостей трикутників за допомогою  
проєктного навчання»*

Клас: 8-й клас

Тривалість: 45 хвилин

Мета уроку:

- Дослідити основні властивості трикутників та їх зв'язок з теоремами.
- Розвинути дослідницькі та аналітичні навички учнів.
- Розвивати творче мислення, комунікативні та презентаційні вміння.
- Застосувати знання про трикутники для розв'язання практичних задач.

План уроку:

1. Вступна частина (5 хвилин)
  - Привітання учнів та надання загальної інформації про мету уроку.
  - Пояснення важливості вивчення властивостей трикутників та їх ролі в теоремах.
2. Введення в тему (10 хвилин)
  - Презентація візуального матеріалу, що демонструє різні типи трикутників та їх основні властивості.
  - Пояснення термінології, такої як сторона, кут, висота, медіана.
3. Формування груп для проєктної роботи (5 хвилин)

- Розподілення учнів на групи (група 1 – властивості кутів, група 2 – властивості сторін, група 3 – властивості висот та медіан).
- Запрошення учнів до груп та надання завдання кожній групі.
- 4. Робота в групах (30 хвилин)
  - Учні працюють у своїх групах, досліджуючи властивості трикутників та збираючи необхідну інформацію.
  - Вчитель висуває запитання, надає підказки та допомогу, докладаючи зусиль для стимулювання дослідницького процесу.
- 5. Підготовка презентацій (5 хвилин)
  - Учні підготовлюють презентації, в яких представлять результати своєї роботи.
  - Вчитель контролює процес підготовки та надає необхідні вказівки.
- 6. Презентація та обговорення (15 хвилин)
  - Кожна група по черзі презентує свої дослідження та знайдені властивості.
  - Інші учні задають запитання, коментують та доповнюють інформацію.
- 7. Рефлексія та оцінювання (5 хвилин)
  - Учні висловлюють свої враження від роботи над проєктом та обговорюють їх.
  - Вчитель проводить коротку рефлексію, підсумовує результати та надає зворотний зв'язок.
- 8. Заключна частина (5 хвилин)
  - Висловлення слів подяки учням за активну участь у проєкті та зацікавленість.
  - Заключні зауваження та завершення уроку.

Цей план-проспект дозволить учням активно досліджувати та розвивати свої навички, працюючи в групах, презентуючи результати своєї

роботи та обговорюючи важливі відомості про властивості трикутників. Такий проєктний урок сприятиме кращому засвоєнню теорем та їх практичному застосуванню, а також розвине в учнів критичне мислення та співпрацю в команді [28].

Запропонуємо розробку уроку на тему «Суміжні кути» для 7 класу – у Додатку Г.

Використання проєктного навчання при вивченні теорем має кілька переваг (рис. 3.1):

<b>Збільшення мотивації</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Учні більш активно займаються навчанням, оскільки вони мають можливість самостійно вибирати тему та спосіб роботи над проєктом.</li> </ul>
<b>Розвиток творчих та дослідницьких навичок</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Проектне навчання сприяє розвитку учнівської творчості, критичного мислення, уміння ставити запитання та шукати відповіді.</li> </ul>
<b>Застосування теорем у реальному контексті</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Учні мають можливість застосувати вивчені теореми для розв'язання реальних задач, що розвиває їхню уяву та практичні навички.</li> </ul>
<b>Розвиток співпраці та комунікації</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Проектне навчання сприяє спільній роботі в групах, взаємодії та обміну ідеями між учнями.</li> </ul>

Рис. 3.1. Переваги використання проєктного навчання при вивченні теорем

Джерело: складено автором за [13]

Підсумовуючи використання проєктного навчання при вивченні теорем є ефективним методом, який сприяє активному залученню учнів, розвитку їхніх навичок та засвоєнню теоретичних знань у практичному контексті.

### 3.2. Застосування гейміфікації у навчанні теорем

Гейміфікація – це процес використання елементів гри у неігровому контексті, такому як навчання, з метою залучення і мотивації учнів до активної участі та досягнення навчальних цілей. Використання гейміфікації у навчанні теорем може стати ефективним інструментом, який зацікавить

учнів, підвищить їхню мотивацію та поліпшить засвоєння матеріалу [22]. Ось кілька способів застосування гейміфікації у навчанні теорем:



Рис. 3.2. Способи застосування гейміфікації у навчанні теорем

Джерело: складено автором за [24]

Встановлення системи бейджів та досягнень, які учні можуть отримати при досягненні певних цілей, наприклад, засвоєння певної кількості теорем або успішне вирішення складних завдань. Це стимулює учнів до досягнення кращих результатів та розвитку своїх навичок [23].

Встановлення системи рейтингів, де учні можуть заробляти бали або ранги на основі свого навчального успіху. Використання конкуренції між учнями або між групами може спонукати їх до активного вивчення та пошуку розв'язків теорем.

Створення квестів або пригодницьких ігор, де учні повинні розв'язувати завдання або знаходити теореми для подолання різних викликів чи перешкод. Це не тільки залучає учнів до активної участі, але й стимулює їхню креативність та проблемне мислення.

Використання комп'ютерних ігор або віртуальних симуляцій, де учні можуть експериментувати з теоремами, виконувати віртуальні досліди та

спостерігати за результатами. Це дозволяє їм візуалізувати інформацію та зрозуміти взаємозв'язки між теоремами та геометричними об'єктами.

Створення інтерактивних завдань, які включають множинні вибори, головоломки або логічні завдання, пов'язані з теоремами. Це розвиває критичне мислення учнів та допомагає їм засвоїти ключові поняття та правила.

Дозволити учням працювати у групах та створювати проєкти, які вимагають застосування теорем. Наприклад, група може створити геометричний пазл або розробити модель будівлі, використовуючи вивчені теореми [24].

Гейміфікація у навчанні теорем може зробити процес вивчення більш захоплюючим та цікавим для учнів. Вона сприяє активному залученню, стимулює самостійність та сприяє покращенню розуміння та застосування теорем.

Наведемо приклад гри, яка може бути застосована на уроках при вивченні теорем.

*Назва гри: «Теоремний квест»*

Опис гри:

Учні поділяються на команди і вступають у захоплюючий квест, де вони будуть досліджувати теореми та застосовувати їх у вирішенні різних завдань. Команди збирають бали за кожне успішно виконане завдання та перемагають, якщо наберуть найбільшу кількість балів.

Етапи гри:

1. Початок гри:
  - Учні формують команди по 4-5 осіб.
  - Кожна команда обирає назву та створює свій унікальний логотип.
2. Завдання:
  - Команди отримують перелік завдань, пов'язаних із різними теоремами.
  - Кожне завдання має бути виконане за обмежений час.

### 3. Виконання завдань:

- Команди працюють разом, використовуючи знання та розв'язуючи завдання з використанням теорем.
- Завдання можуть бути представлені у формі головоломок, ребусів, пазлів або практичних завдань.

### 4. Бали та перемога:

- За кожне успішно виконане завдання команда отримує бали.
- Наприкінці гри рахуються бали команд, і переможцем визначається команда з найбільшою кількістю балів.

### 5. Підведення підсумків:

- Вчитель проводить обговорення та розглядає правильні відповіді на завдання.
- Команди можуть ділитися своїми стратегіями та розв'язками завдань.

### Переваги гри:

- Залучення учнів до активного вивчення та застосування теорем.
- Стимулювання командної роботи, співпраці та комунікації.
- Розвиток проблемного мислення, логічного мислення та критичного мислення.
- Підвищення мотивації та зацікавленості учнів у процесі навчання теорем.

Гра «Теоремний квест» сприяє активному вивченню теорем, заохочує учнів до співпраці та командної роботи, а також дозволяє їм використовувати свої знання для розв'язання різноманітних завдань. Це захоплюючий інструмент, який можна використовувати на уроках та поза ними для підвищення ефективності навчання теорем.

### 3.3. Оцінка ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем

Оцінка ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем є важливим етапом для визначення їхньої успішності та корисності для учнів. Оцінка може бути здійснена з використанням різних методів та інструментів.

До опитування, проведеного серед вчителів, було включено питання щодо оцінки ефективності застосування інноваційних заходів при вивченні теорем:

1. На якому рівні ви викладаєте математику? (початкова школа, середня школа, старша школа)
2. Чи використовували ви інноваційні заходи при вивченні теорем? (так, ні)
3. Які конкретні інноваційні заходи ви використовували? (назвіть їх)
4. Чи помітили ви покращення у розумінні теорем учнями після застосування інноваційних заходів? (так, ні, не впевнений/не можу оцінити)
5. Наскільки ефективними ви вважаєте інноваційні заходи при вивченні теорем? (дуже ефективні, помірно ефективні, не дуже ефективні, не ефективні)
6. Чи були учні більш активними та залученими під час застосування інноваційних заходів? (так, ні, не впевнений/не можу оцінити)
7. Чи рекомендуєте ви іншим вчителям використовувати інноваційні заходи при вивченні теорем? (так, ні, залежить від ситуації)

Ці питання допомогли зібрати думки та враження вчителів щодо ефективності застосування інноваційних заходів при вивченні теорем. Результати анкетування надали корисну інформацію для подальшого покращення навчального процесу (рис. 3.3 – 3.9).



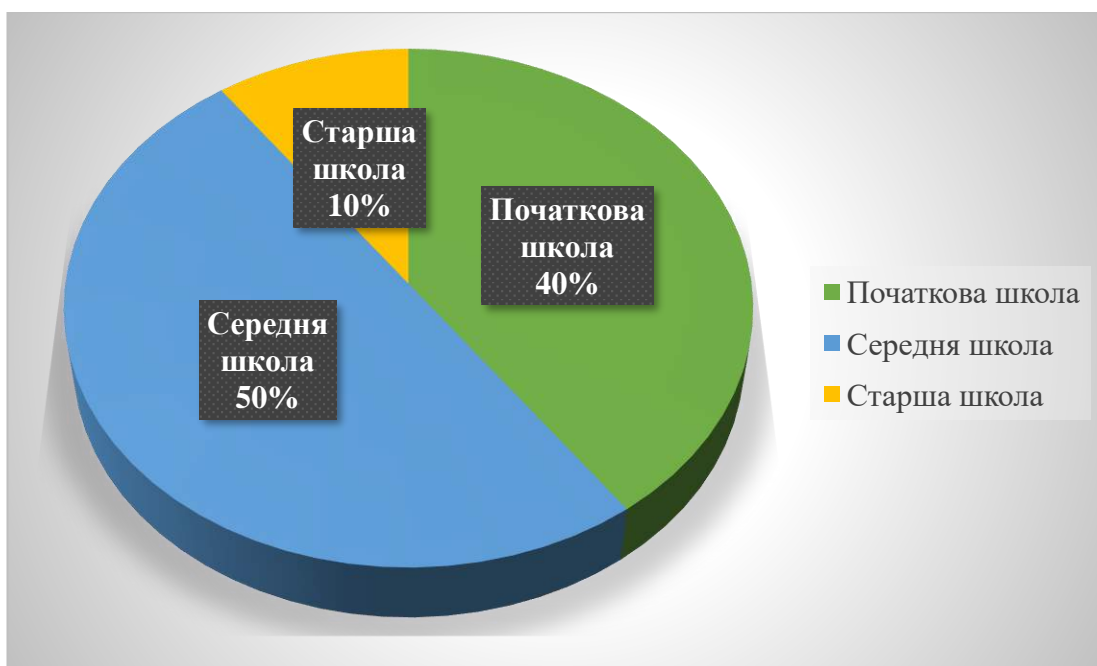


Рис. 3.3. Результати відповіді респондентів на питання №1

На якому рівні ви викладаєте математику?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість відповідей (50%) свідчить про те, що опитування було спрямоване на вчителів середньої школи. Це вказує на те, що результати опитування представлені в основному вчителями цього рівня.

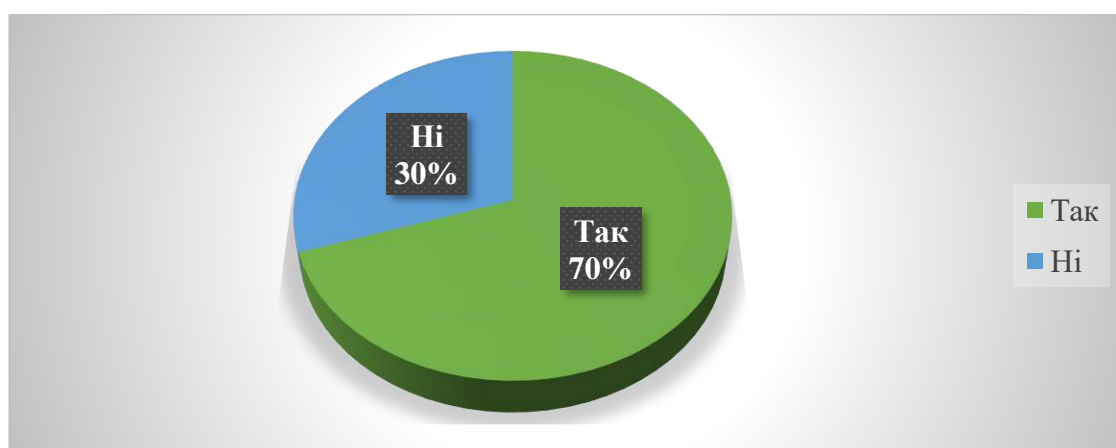


Рис. 3.4. Результати відповіді респондентів на питання №2

«Чи використовували ви інноваційні заходи при вивченні теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Задовільна більшість вчителів (70%) відповіла, що використовувала інноваційні заходи при вивченні теорем. Це показує, що інноваційні методи досить поширені серед вчителів математики.



Рис. 3.5. Результати відповіді респондентів на питання №3  
«Які конкретні інноваційні заходи ви використовували? (назвіть їх)»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

З оцінки використовуваних інноваційних заходів видно, що гейміфікація (40%) та проектне навчання (30%) є найпоширенішими серед вчителів. Це вказує на їхню популярність та доказує їхню ефективність при вивченні теорем.

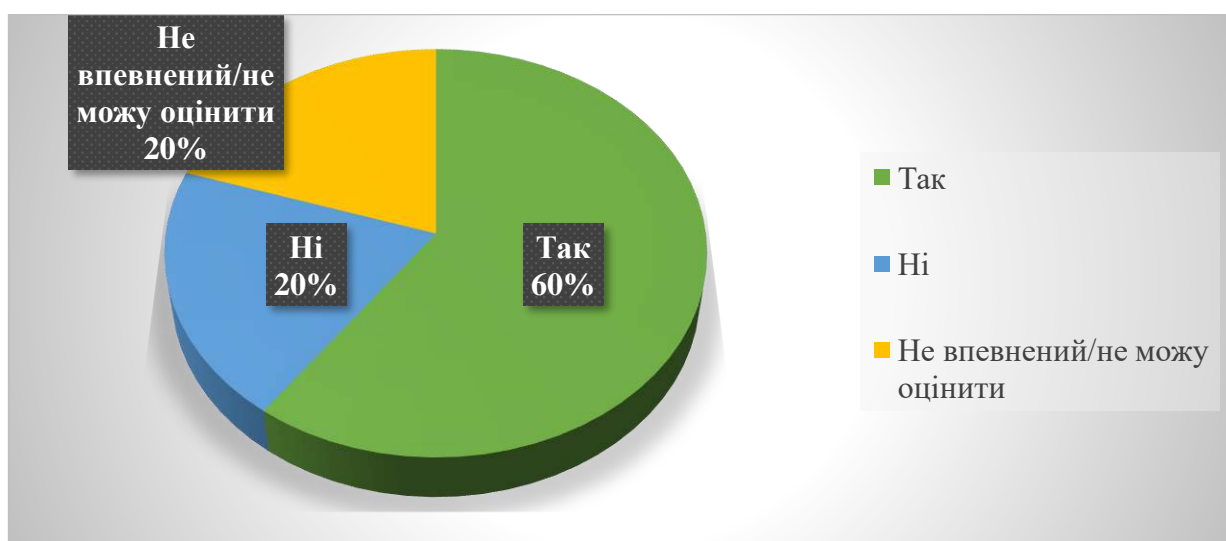


Рис. 3.6. Результати відповіді респондентів на питання №4

«Чи помітили ви покращення у розумінні теорем учнями  
після застосування інноваційних заходів?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість вчителів (60%) зазначили, що помітили покращення у розумінні теорем учнями після впровадження інноваційних заходів. Це свідчить про позитивний вплив інноваційних методів на навчання та розуміння матеріалу учнями.

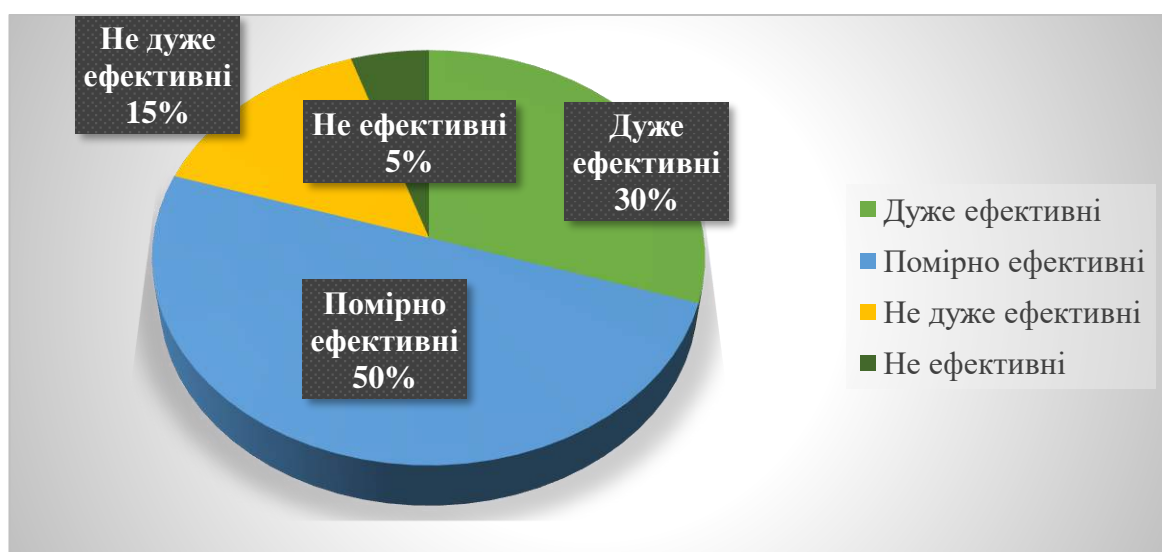


Рис. 3.7. Результати відповіді респондентів на питання №5  
«Наскільки ефективними ви вважаєте інноваційні заходи  
при вивченні теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість вчителів (80%) вважають інноваційні заходи помірно ефективними або дуже ефективними. Це свідчить про позитивне сприйняття та впевненість в їхній корисності та впливі на процес навчання.



Рис. 3.8. Результати відповіді респондентів на питання №6

«Чи були учні більш активними та залученими під час застосування інноваційних заходів?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Більшість вчителів (70%) відповіли, що учні були більш активними та залученими під час застосування інноваційних заходів.

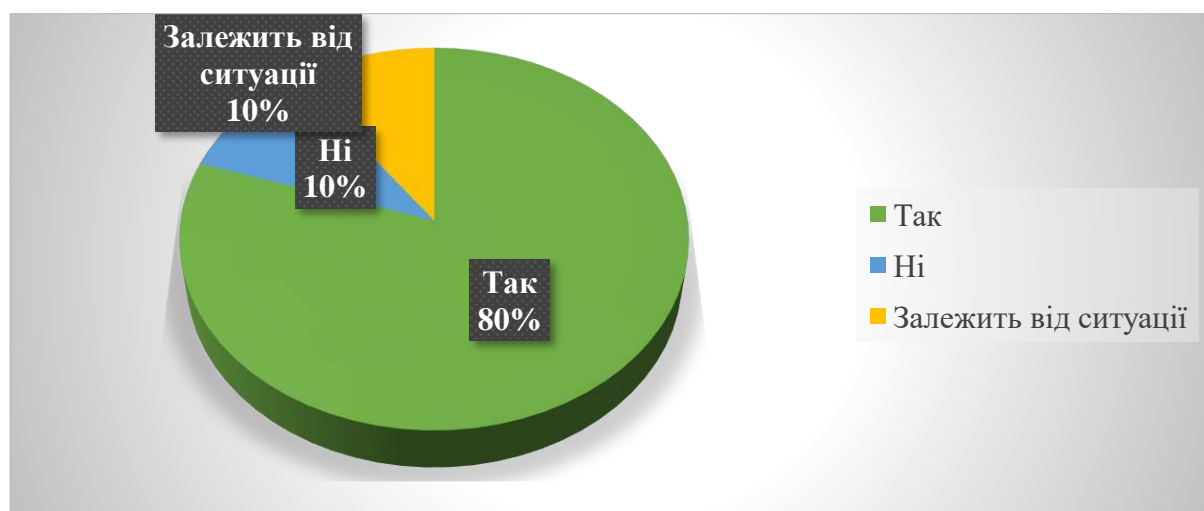


Рис. 3.9. Результати відповіді респондентів на питання №7

«Чи рекомендуєте ви іншим вчителям використовувати інноваційні заходи при вивченні теорем?»

*Джерело: складено автором за отриманими результатами*

Значна більшість вчителів (80%) рекомендує іншим вчителям використовувати інноваційні заходи при вивченні теорем. Це свідчить про позитивний досвід та переконання в їхній корисності та ефективності.

Отже, інноваційні заходи при вивченні теорем використовуються вчителями математики, і більшість вчителів сприймають їх як ефективний та корисний інструмент. Використання інновацій сприяє покращенню розуміння теорем учнями, активізує їхню участь у навчальному процесі та стимулює мотивацію. Також вчителі рекомендують іншим використовувати інноваційні заходи для досягнення кращих результатів у навчанні теорем.

Оцінка ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем представлена у вигляді таблиці, де зазначаються переваги і недоліки цих заходів (табл. 3.2):

Таблиця 3.2 – Переваги та недоліки інноваційних заходів  
при вивченні теорем

№	Переваги	Недоліки
1	Підвищена мотивація	Потребує більше часу
2	Учні більш активні	Потребує підготовки
3	Залучення до співпраці	Вимагає додаткових ресурсів
4	Розвиток креативності	Можливі труднощі в оцінюванні
5	Покращення розуміння	Вимагає розробки спеціальних матеріалів
6	Стимулювання самостійності	Можливі перешкоди при організації

*Джерело: складено автором за [23-25]*

Переваги інноваційних заходів при вивченні теорем включають підвищену мотивацію учнів, більшу активність та залученість, залучення до співпраці та комунікації, розвиток креативності та критичного мислення, покращення розуміння матеріалу та стимулювання самостійного навчання. Проте варто враховувати, що використання інноваційних заходів може вимагати більше часу та підготовки, труднощів у розподілі завдань та

контролі, розробки спеціальних матеріалів, можливих нерівномірностей участі учнів та потребу в додаткових ресурсах та матеріальній базі. Оцінка ефективності інноваційних заходів варіюється залежно від контексту, підготовки вчителя та особливостей учнівської групи.

Висновок щодо оцінки ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем засвідчує, що ці заходи мають значний потенціал для поліпшення процесу навчання та розуміння теорем учнями. Переваги включають підвищену мотивацію, більшу активність та залученість учнів, розвиток креативності та критичного мислення, покращення розуміння матеріалу та стимулювання самостійного навчання.

Проте варто враховувати деякі недоліки, такі як потреба в більшому часі та підготовці, можливі труднощі у розподілі завдань та контролі, потреба у розробці спеціальних матеріалів, можливі нерівномірності участі учнів та потреба у додаткових ресурсах та матеріальній базі.

Загалом використання інноваційних заходів вимагає від вчителя додаткового зусилля та планування, але згідно з результатами оцінки, переваги перевищують недоліки. Використання інноваційних методів може позитивно вплинути на якість навчання теорем, залученість учнів та їх розуміння матеріалу.

### **Висновки до розділу 3**

У третьому розділі досліджено інноваційні підходи до вивчення теорем у шкільному курсі математики. Дослідження включало в себе використання проєктного навчання, гейміфікації та оцінку ефективності цих інноваційних заходів.

Використання проєктного навчання при вивченні теорем дозволяє учням брати активну участь у власному навчанні, досліджувати математичні поняття у контексті реальних задач та застосовувати їх у практичних проєктах. Цей підхід стимулює творче мислення, самостійність та

комунікацію між учнями, розвиваючи їхні аналітичні та проблемно-орієнтовані навички.

Застосування гейміфікації у навчанні теорем використовує ігрові елементи та механізми для створення захоплюючої та мотивуючої навчальної середовища. Це дозволяє учням бути більш зацікавленими та зосередженими на процесі вивчення теорем, розвиває їхню увагу, логіку та вирішення проблем. Гейміфікація також сприяє позитивній атмосфері у класі та співпраці між учнями.

Оцінка ефективності інноваційних заходів при вивченні теорем є важливим етапом, що дозволяє оцінити досягнення школярів та ефективність використовуваних підходів. Це дозволяє з'ясувати, наскільки успішно інноваційні методи впливають на розуміння теорем та покращують академічні результати учнів.

Отже, у цьому розділі підкреслено важливість інноваційних підходів до вивчення теорем. Використання проєктного навчання та гейміфікації сприяє активній участі учнів у процесі навчання, розвитку їхніх навичок та підвищенню мотивації. Оцінка ефективності інноваційних заходів допомагає визначити їхню практичну користь та ефективність у вивченні теорем.

## ВИСНОВКИ

Кваліфікаційна робота на тему «Методика вивчення теорем у шкільному курсі математики» присвячена дослідженню різних аспектів вивчення теорем у шкільному курсі математики, а саме: теоретичні основи методики, побудова послідовності вивчення теорем та оцінювання рівня їх засвоєння.

У розділі 1 проведено аналіз теоретичних основ методики вивчення теорем, встановлено їх значення та роль у процесі навчання. Показано, що розуміння теоретичних основ методики є важливим етапом для розробки ефективних стратегій вивчення теорем.

У розділі 2 розглянуто практичні аспекти використання інтерактивних методів, адаптації методики для різних типів учнів та оцінки ефективності методики вивчення теорем. Дослідження показали, що використання інтерактивних методів сприяє підвищенню мотивації та активності учнів, адаптація методики дозволяє врахувати індивідуальні особливості учнів, а оцінка ефективності допомагає виявити позитивні зміни у розумінні теорем.

У розділі 3 досліджено можливості використання проєктного навчання та гейміфікації у навчанні теорем, а також оцінено ефективність цих підходів. Дослідження показали, що проєктне навчання сприяє активізації та залученню учнів, а гейміфікація стимулює їхню зацікавленість та активність. Оцінка ефективності інноваційних заходів підтвердила їхню значимість у поліпшенні процесу вивчення теорем.

Проведене опитування серед учнів та вчителів показує, що впровадження методики вивчення теорем у шкільному курсі математики сприяє підвищенню рівня засвоєння теорем учнями. Використання інтерактивних методів, адаптація методики до індивідуальних потреб школярів та інноваційні підходи такі як проєктне навчання та гейміфікація, позитивно впливають на розуміння теорем та активність учнів. Результати дослідження підтверджують важливість впровадження цих підходів у



навчальний процес та можливість їх використання у роботі вчителів математики для покращення якості навчання теорем.

Дослідження розкривають теоретичні основи, побудову послідовності та оцінювання рівня засвоєння теорем, що може бути використано вчителями математики для розробки нових методик навчання та їх впровадження у шкільний курс.

Підрозділ про адаптацію методики вивчення теорем для різних типів учнів надає рекомендації щодо врахування індивідуальних особливостей учнів при плануванні та впровадженні навчальних занять. Це може допомогти вчителям створити сприятливі умови для ефективного вивчення теорем у всіх учнів.

Оцінка ефективності інноваційних заходів та методик дозволяє визначити їхню ефективність у покращенні розуміння теорем школярами. Це дозволяє вчителям математики зосередитись на найбільш ефективних методах та заходах, що позитивно впливають на якість навчання теорем.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А. Індукція і дедукція у міркуванні школярів. Математика в школі. 2005. № 7. С. 9–17.
2. Бевз Г. П. Доведення від супротивного (геометрія). Математика в школах України. 2006. № 1. С. 6–9.
3. Гришина Т. Рівнева організація роботи над теоремою. Математика в школі. 2002. № 1. С. 20–23.
4. Державний стандарт базової середньої освіти. URL: <https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2019/06/standart-1206.pdf>
5. Іванова С. В. Формування геометричних умінь старшокласників шкіл (класів) гуманітарного профілю : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 Київ, 1999. 221 с.
6. Іванова С. В., Іванова О. В. Методичні особливості навчання учнів загальноосвітніх шкіл доведенню геометричних тверджень з урахуванням вимог ЗНО. Актуальні проблеми методики навчання математики: матеріали регіон. наук.-практ. конф. Одеса, 14-15 травня 2008 р. / за ред. С. В. Іванової. Одеса : Наука і техніка, 2008. С. 26–31.
7. Моторіна В. Г. Інноваційні підходи до навчання математики : навчальний посібник. Харків : ХНПУ імені Г. С. Сковороди, Скорпіон, 2008. 112 с.
8. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5-9 класи. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>
9. Навчальна програма для поглибленого вивчення математики в 8-9 класах загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://uman-rvoms.gov.ua/navchalni-programi- dlya-89-klasiv-z-pogliblenim-vivchennyam-12-33-08-18-06-2020/>
10. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

Рівень стандарту. URL:  
[https://rada.info/upload/users\\_files/02146959/e971b695934c0b9b5013d002d698bcfe.pdf](https://rada.info/upload/users_files/02146959/e971b695934c0b9b5013d002d698bcfe.pdf)

11. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL:  
[https://rada.info/upload/users\\_files/02146959/828babe8f5aa78569243a87a59f77197.pdf](https://rada.info/upload/users_files/02146959/828babe8f5aa78569243a87a59f77197.pdf)

12. Недялкова К. В. Загальна методика навчання математики: практичний курс. Одеса: ТОВ «Рекламсервіс», 2014. 256 с.

13. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика : навчальний посібник для організації самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / З. І. Слєпкань та ін.; за заг. ред. З. І. Слєпкань. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. 293 с.

14. Прач В. С. Евристичне навчання математики: Подорож у світ евристики. Донецьк: Ноулідж, 2012. 275 с.

15. Сверчевська І. А. Компетентісний підхід до навчання учнів доведенням тверджень про геометричні тіла  
<https://core.ac.uk/download/pdf/12081826.pdf>

16. Сиваківський П. О. До проблеми різних доведень одного твердження в шкільному курсі геометрії. Математика в школі. 2000. № 3. С. 36–39.

17. Шаригін І. Ф. Чи потрібна у школі ХХ століття геометрія? Математика в школі. 2007. № 4. С. 72–80.

18. T. Buzan. Mind map mastery: The complete guide to learning and using the most powerful thinking tool in the universe. Watkins Media Limited, 2018.

19. T. Armstrong. The Whole-brain Solution: Thinking Tools to Help Students Observe, Make Connections and Solve Problems. Pembroke Publishers Limited, 2003.
20. N. R. Tee, et al. Buzan mind mapping : An efficient technique for note-taking. International Journal of Psychological and Behavioral Sciences, 2014, 8.1: 28–31.
21. S. Ivanova, L. Dimitrov, V. Ivanov and G. Naleva, "An Experiment on the Joint use of the Heuristic and Project Methods at the University," 2019 II International Conference on High Technology for Sustainable Development (HiTech), Sofia, Bulgaria, 2019, pp. 1–5, doi: 10.1109/HiTech48507.2019.9128248.
22. Болонський процес: тенденції, проблеми, перспективи. Укл. В. П. Бех, Ю. Л. Маліновський: за ред. академіка В. П. Андрущенка. Київ, НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. 221 с.
23. Кравчина О. С. Активні та інтерактивні методи в дистанційному навчанні. Київ: ЦППО АПН України, 2019. 32 с.
24. Кремень В. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті і формування інформаційного суспільства. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. 2006. № 6. С. 5–9.
25. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером: навч. посіб. / Т. Г. Крамаренко, М. І. Жалдак. – Кривий Ріг: Видави, дім, 2008. 272 с.
26. Москаленко О. А., Черкаська Л. П. Шкільний курс математики і методика його викладання: Програмно-дидактичне забезпечення модульного підходу до вивчення дисципліни. VII–VIII семестри: Навчально-методичний посібник. – Полтава: ПДПУ, 2006. – 68 с.
27. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика: Навчальний посібник для організації самостійної роботи магістрантів математичних спеціальностей педагогічних університетів / Слєпкань А. В. Грохольська В. Я. та ін. За редакцією професора З. І. Слєпкань. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. 292 с.

28. Ушаков Р. П. Повторювальний курс математики: Навчальний посібник. К.: Техніка, 2003. 416 с.
29. Бурбакі Н. Архітектура математики / Н. Бурбакі: Знання, 1972. – 32 с.
30. Скафа О. І. Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.02 / О. І. Скафа. – К., 2004. – 40 с.
31. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З.І.Слєпкань. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. – 240 с.
32. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: монографія / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
33. Семенець С. П. Теорія задач розвивальної математичної освіти / С. П. Семенець // Дидактика математики: проблеми і дослідження / Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – С. 130–134.
34. Семенець С. П. Методика навчання математики (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти): навчальний посібник / С. П. Семенець. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 536 с.
35. Методика навчання учнів доведенню теорем – <https://ppt-online.org/127913>.

## ДОДАТКИ

Додаток А – Методи доведення теорем [35]

**Теореми і аксіоми.**

**Методи доведення  
теорем.**

**Методика  
навчання учнів  
доведенню теорем.**

### ПЛАН

1. Теореми і аксіоми. Види теорем.
2. Загальні прийоми роботи з теоремою.
3. Методи доведення теорем.
4. Методика навчання учнів доведенню теорем.

У математиці доводиться мати справу з **висловленнями** (твердженнями), які **доводяться** (теореми, задачі на доведення), і такими, що їх домовляються **приймати без доведення** (аксіоми).

В основі науки геометрії лежать твердження, які не потребують доведення. Їх назвали **аксіомами**, що в перекладі з грецької означає «повага», «авторитет».

**Аксіоми планіметрії** — це основні властивості найпростіших геометричних фігур.

## Аксіоми планіметрії

1. Для будь-якої прямої існують точки, що належать їй, і точки, що не належать їй.
2. Через будь-які дві різні точки можна провести пряму і лише одну.
3. Із трьох точок на прямій одна і лише одна лежить між двома іншими.
4. Кожний відрізок має певну довжину.
5. Кожний кут має певну градусну міру.
6. Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести пряму, паралельну даній прямій, і лише одну.



**Введення аксіом, як і первісних (неозначуваних) понять**, пов'язане з дедуктивним характером побудови математики.

Справді, доведення будь-якого твердження складається із тверджень, істинність яких обґрунтовується раніше доведеними істинними твердженнями. Оскільки низка раніше доведених тверджень не може бути нескінченною, виникає потреба домовитись прийняти без доведення декілька істинних тверджень. **На основі аксіом**, доведених раніше тверджень і означень доводять нові твердження (**теореми**, задачі на доведення).

Твердження, які потребують доведення їх істинності за допомогою аксіом або логічних міркувань, називаються **теоремами**.

*Наприклад*, теоремою є твердження: Внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих і січній рівні.

Найважливіші теореми, за допомогою яких можна перевірити виконання якоїсь властивості, називаються **ознаками**.

*Наприклад*: Якщо при перетині двох прямих січною внутрішні різносторонні кути рівні або сума внутрішніх односторонніх кутів дорівнює 180 градусам, то задані прямі паралельні.



У математичних текстах теоремами зазвичай називають тільки **досить важливі твердження**.

При цьому необхідні докази зазвичай ким-небудь знайдені.

Менш важливі твердження-теореми зазвичай називають **лемами, твердженнями, наслідками**, та іншими подібними термінами.

Твердження, про які невідомо, чи є вони теоремами, зазвичай називають **гіпотезами**.

## Більшість теорем складаються з таких структурних компонентів

*Пояснювальна частина,*  
в якій роз'яснюється, для яких об'єктів доводиться теорема

*Умова теореми,*  
в якій вказується на ті поняття, що використовуються в теоремі, та яка може мати різноманітну структуру

*Висновок теореми*



***Пряма і обернена до протилежної теореми є рівносильними.***

**Приклад:** «Якщо кути вертикальні, то вони рівні» – **пряма теорема.**

**Обернена:** «Якщо кути рівні, то вони вертикальні».

**Протилежна:** «Якщо кути не вертикальні, то вони не рівні».

**Обернена до протилежної:** «Якщо кути не рівні, то вони не вертикальні».

# Загальні прийоми роботи з теоремою

**Можна умовно виділити наступні етапи вивчення теореми**

1. Мотивація вивчення теореми і розкриття її змісту



2. Робота над структурою теореми



3. Мотивація необхідності доведення теореми



4. Побудова креслення і короткий запис теореми



5. Пошук доведення



6. Доведення і його запис



7. Закріплення теореми



8. Застосування теореми



## Порядок роботи над формулюванням теореми



Доведення теорем в навчальних посібниках викладені суцільним текстом, тому необхідно його розчленувати на логічні кроки.

Доцільно відокремити результати кроків доведення від їх обґрунтувань або дати структурну схему доведення.





## Прийоми ознайомлення з доведенням теореми

1. Вчитель висловлює доведення теореми і для активізації класу використовує евристичну бесіду.

2. Вчитель висловлює доведення теореми у вигляді короткої розповіді, не перериваючи її питаннями. (можливо, коли доведення не громіздке або спосіб доведення новий для учнів)

3. Після роботи над теоремою вона перетворюється на завдання по готовому малюнку, якщо це завдання посилює учневі, то пропонується для самостійної роботи.

4. Доведення пропонується вивчити самостійно по навчальному посібнику, потім один з учнів тут же на уроці доводить теорему.

5. У вигляді лекції висловлюється доведення, коли воно досить громіздке.

## Методи доведення теорем

Аналітичний

Синтетичний

Метод доведення від супротивного

Координатний

Векторний

Метод геометричних перетворень

Метод геометричних місць точок

Метод повної індукції

Метод математичної індукції

## Аналітичний метод

Справді, з хибної основи правильними міркуваннями можна дійти правильного наслідку.

Наприклад,  $-a = a$ , де  $a \neq 0$  - хибне твердження. Якщо піднести обидві частини цієї неправильної рівності до квадрата, дістанемо таку рівність

$$a^2 = a^2.$$

Перехід від істинності наслідку до істинності основи можливий тільки тоді, коли основа і наслідок рівносильні взаємно обернені судження.

Саме з цієї причини аналіз Евкліда не можна вважати доведенням, і тому його називають інколи **«недосконалим аналізом»**.

## Синтетичний метод

Правило-орієнтир пошуку доведення синтетичним методом за допомогою аналізу Евкліда можна задати так.

1. Припустити, що висновок (вимога) теореми (задачі на доведення) правильний.
2. Вивести з цього припущення всі можливі наслідки.
3. Переконатися, що одержаний висновок-наслідок є або очевидною, або встановленою раніше істиною.
4. Взявши одержаний істинний висновок за вихідне твердження, провести міркування у зворотному напрямку і перейти, якщо це можливо, до висновку про правильність доводжуваного твердження.



## Аналітико-синтетичний метод

Цей метод полягає в тому, що пошук доведення **починають аналітичним методом**, але міркування не доводять до кінця, а, спиняючись на певному кроці, починають *міркувати у зворотному напрямку*, тобто з розгортання умови. Отже, **далі доведення виконують синтетичним методом**.

Рух з протилежних кінців в загальному випадку проводиться доти, доки міркування не зустрінуться на спільному твердженні або на суперечливих висновках. Цей метод особливо зручний тоді, коли перетворення лише умови чи лише висновку теореми (задачі) не приводить до мети.

## Метод від супротивного

Для супротивних тверджень справджується **закон виключеного третього**: з двох супротивних тверджень одне завжди правильне, друге – ні, а третього бути не може.

Тому замість безпосереднього доведення даного твердження можна показати, що **супротивне йому твердження неправильне**. З цього випливатиме справедливність даного.

Деякі автори метод від супротивного ще називають **непрямим, зведенням до абсурду**.

Іноді з припущення виводять наслідок, який суперечить цьому самому припущенню або деякому вже обґрунтованому твердженню чи аксіомі. Це свідчить про те, що **припущення** (твердження, супротивне доводжуваному) **неправильне**, а, отже, правильне доводжуване твердження.

## Координатний метод

Перевага методу координат перед синтетичним методом, за якого безпосередньо розглядаються фігури і кожна задача потребує особливого підходу, полягає в його **алгоритмічності**. Справді, за допомогою методів координат **будь-яка задача зводиться до алгебраїчної**, а алгебраїчні задачі легше алгоритмізуються.

Метод координат є основним методом дослідження **властивостей геометричних фігур** в аналітичній геометрії. Цей метод спрощує розв'язання багатьох геометричних задач, доведення теорем, дає можливість спростити виклад теоретичного матеріалу, що стосується векторів, тригонометричних функцій.

## Векторний метод

З векторним методом доведення геометричних тверджень і відповідним правилом – орієнтиром доцільно ознайомити учнів на прикладах доведення двох тверджень, перше з яких учні вміють доводити і без застосування векторів. Внаслідок виділення суттєвого спільного в обох доведеннях учні колективно під керівництвом учителя можуть прийти до правила – орієнтира векторного методу доведення тверджень.

1. Виділити в формулюванні теореми (задачі) умову і вимоги, виконати рисунок. Сформулювати вимоги мовою векторів і, враховуючи їх, позначити вектори на рисунку.
2. Враховуючи умови і вимоги, скласти допоміжні векторні рівності. Перетворити одержані рівності й прийти до потрібної.
3. Перекласти одержану рівність на мову геометрії.



## Метод геометричних перетворень

Вивчивши центральну та осьову симетрії вже можна скласти правило-орієнтир методу руху, яке в подальшому вивченні матеріалу підтвердить себе як правило-орієнтир методу геометричних перетворень.

1. Провести синтетичний аналіз доведення теореми (задачі).
2. Визначити, які об'єкти чи частини об'єктів, що розглядаються в доведенні, могли утворитися методом геометричних перетворень.
3. Застосувати основні властивості геометричних перетворень.
4. Зробити висновок.

## Метод геометричних місць точок

Основа даного методу – поняття геометричного місця точок. **Геометричним місцем точок (ГМТ)** простору називається множина всіх точок простору, кожна з яких має властивість зазначену вище. Усі інші точки простору зазначеної властивістю не мають. ГМТ задається властивістю точки, яка називається *характеристичною властивістю цього ГМТ (фігури)*.

## Метод повної індукції

Якщо, доводячи теорему, розчленовують її на скінчене число тверджень і доводять кожне з цих тверджень окремо, то такий метод доведення називають **методом повної індукції**.

Логічною основою цього методу є така аксіома логіки: якщо якусь властивість мають всі елементи множини  $A$  і всі елементи множини  $B$  і якщо множина  $M$  є сума множин  $A$  і  $B$ , то цю саму властивість має і кожен елемент множини  $M$ .

## Метод математичної індукції.

Логічною основою методу є **принцип математичної індукції**, взятий в шкільному курсі за аксіому.

Правило-орієнтир доведення методом математичної індукції складається з трьох кроків:

1. Перевірити правильність твердження для  $n=1$  ( $n=n_0$ )
2. Припустити, що твердження правильне при  $n=k$ , де  $k > n_0$ , і довести, користуючись цим припущенням, що твердження правильне при  $n=k+1$ , тобто для наступного значення  $n$ .
3. Зробити висновок, що на підставі принципу математичної індукції твердження правильне для будь-якого натурального числа  $n$  ( $n > n_0$ ).

# Методика навчання учнів доведенню теорем





## Навчання готових доведень

За умови належної організації навчання готових доведень можна сформулювати в учнів компоненти самостійного пошуку і побудови доведення.

Готові доведення мають виступати **як моделі**, на яких учні навчаються розумових дій і прийомів розумової діяльності, що покладено в основу вміння доводити, методів доведень та їх застосування, вчать самостійно шукати доведення за аналогією з вивченим.

Проблему навчання доведень доцільно поділити на **кілька навчальних завдань**, які розв'язують послідовно:

- 1) вивчення готових доведень, вміння відтворювати їх;
- 2) самостійна побудова доведення за вивченим зразком;
- 3) пошук і виклад доведення за вказаним учителем методом (способом);
- 4) самостійний пошук і виклад доведення учнями.

Під час вивчення готових доведень теорем учні мають усвідомлювати **істотні елементи доведення**, відсторонюватися від неістотних (розміщення рисунка, позначення) і помічати істотне спільне в доведеннях.

Перш ніж проводити докладне доведення, потрібно спочатку **назвати основні етапи** і твердження, на яких воно ґрунтуватиметься. Це дає можливість звернути увагу учнів на *структуру доведення в цілому, виявити основну його ідею, назвати метод*.

Психологи обґрунтовують це тим, що **докладне, розгорнуте доведення** забезпечує утворення зв'язків між окремими ланками, а **коротка схема з указівкою на ідею** і метод доведення забезпечує розуміння структури основних зв'язків в цілому, сприяє міцності засвоєння матеріалу.

## Навчання учнів самотійного пошуку доведень

У більшості теорем і задач на доведення процес доведення спрямований на те, щоб показати, що об'єкти, задані в умові теореми (задачі), містять *необхідні й достатні або достатні ознаки понять*, про які йдеться у висновку. У геометричних доведеннях такими поняттями можуть бути фігури, їхні властивості, відношення між фігурами. Тому учні мають навчитися **розгортати умови**, тобто діставати з умови ознаки шуканого поняття, оскільки в складніших теоремах ці ознаки подано в умові неявно, вони приховані за змістом інших понять.

Навчання учнів уміння самотійно здійснювати пошук доведення значною мірою залежить від **володіння основними складовими уміння доводити, методами доведень**.

У процесі підготовки до пошуку складніших доведень можна скористатися **правилами-орієнтирами**, що вказують, як встановити найпоширеніші відношення між фігурами.

Наприклад, щоб **довести рівність трикутників**, досить:

- 1) підвести їх до однієї з ознак рівності або скористатися означенням рівних трикутників;
- 2) довести, що один з трикутників можна дістати з другого, виконавши деякий рух (симетрія, поворот, перенесення).

Для **доведення рівності відрізків або кутів** досить:

- 1) довести рівність трикутників або інших фігур, елементами яких є зазначені у вимозі відрізки (кути), і потім зробити висновок про рівність відповідних відрізків (кутів);
- 2) довести, що один відрізок (кут) можна отримати з другого, виконавши деякий рух.

## Додаток В – Розробка уроку на тему «Теорема Піфагора» для 8 класу

Назаренко Олеся Володимирівна

Голубівська гімназія

Вчитель математики

Педагогічний стаж – 1 рік

Тема уроку: Теорема ПіфагораМета:

Навчальна мета:

- Сформулювати і довести теорему Піфагора.
- Розширити пізнання про життя великого математика Піфагора і про знамениту теорему.
- Формувати вміння і навички застосовувати теорему Піфагора під час розв'язування математичних задач.

Розвивальна мета:

- Розвивати пам'ять, увагу та логічне мислення учнів.
- Практикувати аналітичні та критичні навички мислення при аналізі математичних концептів і задач.

Виховна мета:

- Виховувати бажання пізнавати нове та застосовувати отримані знання у повсякденному житті.
- Сприяти розвитку цілеспрямованості та відповідальності через самостійну роботу з математичними задачами.

Тип уроку: засвоєння нових знаньХід уроку:I. Організаційний моментII. Актуалізація опорних знань

Епіграфом нашого уроку є слова Піфагора: «Не роби ніколи того, що не знаєш. Але вчись усьому, що потрібно знати, і тоді будеш вести спокійне життя».

Усно продовжити незакінчене математичне речення.

Трикутник – це...

Прямокутним трикутником називається...

Сторона прямокутного трикутника, яка лежить проти прямого кута називається..., а дві інші сторони прямокутного трикутника називаються...

Сума всіх кутів трикутника дорівнює...

Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює...

Якщо в прямокутному трикутнику один гострий кут дорівнює  $30^\circ$ , то інший гострий кут дорівнює...

Катет, що лежить проти кута в  $30^\circ$ , дорівнює...

Якщо в прямокутному трикутнику один кут дорівнює  $45^\circ$ , то інший гострий кут дорівнює ... і в такому трикутнику катети...

Ім'я якого відомого математика складається з трьох складів? Причому

перший склад – число, другий – нота, а третій – одне з імен давньоєгипетського бога Сонця. (Піфагор)



На сьогоднішньому уроці ознайомимося з доведеннями теореми Піфагора; застосовуватимемо її при розв'язуванні задач.

### III. Вивчення нового матеріалу

Піфагор, чиім іменем названа теорема, – давньогрецький математик, який жив у VI ст. до н.е. Зі своїми учнями він досліджував властивості чисел, геометричних фігур, небесних світил. Теорема, яку тепер називають теоремою Піфагора була відома ще за 1000 років до Піфагора вченим Вавилону, Єгипту, Китаю. Піфагору належить заслуга доведення цієї теореми і застосування її при розв'язуванні задач.

#### Біографічна довідка про Піфагора Самоського

В VI столітті до н.е. у сім'ї золотих справ майстра Мнесарха народився син. Історичні дослідження датують його появу на світ приблизно 580 роком до нашої ери на острові Самос. Можливості дати сину гарну освіту та виховання у Мнесарха були. Майбутній математик та філософ вже в

дитинстві виявив велику здатність до наук. У свого першого вчителя Гермодамаса Піфагор отримує знання основ музики та живопису. Прошло кілька років, і за порадою свого вчителя Піфагор вирішує продовжити навчання в Єгипті, у жреців. Спочатку він живе на острові Лесбос у свого родича Зоїла. Там відбувається знайомство Піфагора з філософом Фереکیدом – другом Фалеса. У Ферекіда Піфагор навчається астрології, таємницям чисел, медицині та іншим обов'язковим на той час наукам. Піфагор прожив на Лесбосі кілька років. Звідти шлях Піфагора лежить у Мілет до відомого Фалеса, засновника першої в історії філософської школи. Але Фалес радить йому поїхати до Єгипту, щоб продовжити навчання.

І Піфагор відправляється у дорогу. Перед Єгиптом Піфагор на деякий час зупиняється у Фінікії, де, за легендою, навчається у відомих сідонських жреців. А потім йому вдається потрапити в єгипетські храми, куди чужоземців не пускали. Щоб прилучитися до таємниць єгипетських храмів, Піфагор приймає посвячення в сан жреця. Навчання Піфагора в Єгипті сприяє тому, що він стає одним із найбільш освічених людей свого часу.

До цього періоду відноситься подія, яка змінила все його майбутнє життя. Помер фараон Амазис, а його наступник по трону не сплатив щорічну данину Камбізу, персидському царю, що служило достатнім приводом для війни. Перси не помилювали навіть священні храми. Піддалися гонінням і жреці: їх вбивали або брали в полон. Так потрапив у персидський полон і Піфагор.

Дванадцять років знаходився у вавилонському полоні Піфагор, доки його не звільнив персидський цар Дарій Гістасп, який прочув про відомого грека. Піфагору вже 60, він вирішує повернутися на Батьківщину. Піфагор створив власну філософську школу. Це був одночасно і релігійний союз, і політичний клуб, і наукове товариство. Учні цієї школи зобов'язувались вести так званий піфагорійський спосіб життя.

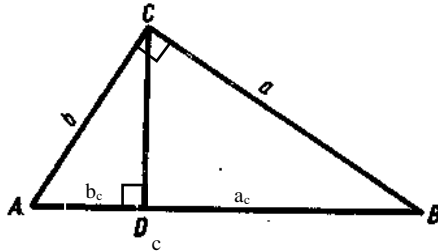
...Прошло 20 років після створення школи. Слава про неї рознеслася по всьому світу. Одного разу до Піфагора прийшов Кілон, людина багата, але



зла, бажаючи в нетверезому стані вступити до школи. Піфагор відмовив і тоді Кілон розпочав боротьбу з Піфагором. Підпалив його будинок. Під час пожежі піфагорійці врятували життя своєму вчителю, після чого Піфагор засумував і невдовзі помер.

### Теорема Піфагора

1. У прямокутному трикутнику квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів:  $c^2 = a^2 + b^2$



Дано: трикутник  $ABC$ , кут  $C = 90^\circ$

Довести:  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Запропонувати доведення теореми

геометричним способом.

Одним із найбільш ілюстративних способів доведення теореми Піфагора є використання геометричної фігури. Розглянемо квадрат зі стороною  $c$ , що відповідає гіпотенузі прямокутного трикутника. Площа цього квадрата дорівнює  $c^2$ .

Тепер розділіть цей квадрат на чотири прямокутники: два з них мають сторони  $a$  і  $b$ , а два мають сторону  $c$  (гіпотенузу).

Площа кожного з прямокутників дорівнює  $ab/2$ , і всього їх чотири, тобто  $4(ab/2) = 2ab$ . Ця сума відповідає площі квадрата зі стороною  $c$ .

Тепер ми можемо записати рівність:

$$c^2 = 2ab.$$

І якщо розділити обидві сторони на 2:

$$c^2 = ab.$$

Це доводить теорему Піфагора.

На сьогодні існує близько 150 доведень цієї теореми.

І мабуть Піфагор був не першим, хто довів її. Проте завдяки йому ця теорема перейшла з практичної галузі у наукову.

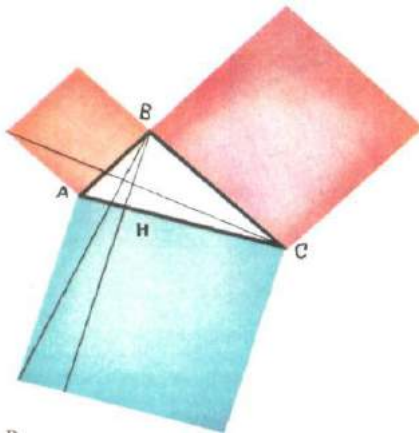
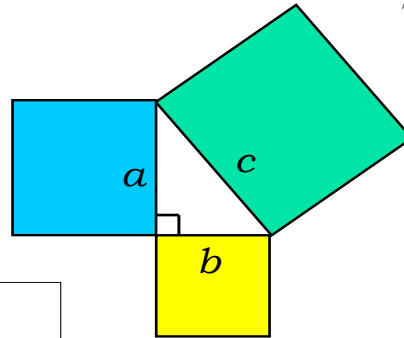
Сума квадратів, побудованих на катетах прямокутного трикутника, дорівнює площі квадрата, побудованого на гіпотенузі.

# Теорема Піфагора



- Сума квадратів, побудованих на катетах прямокутного трикутника, дорівнює площі квадрата, побудованого на гіпотенузі

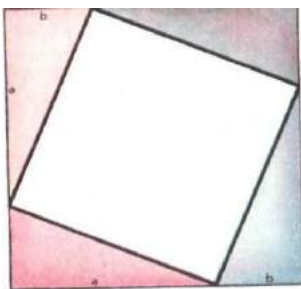
$$a^2 + b^2 = c^2$$



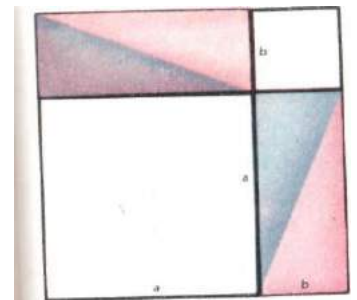
Стародавні геометри не володіли алгебраїчним апаратом, тому теорему Піфагора формулювали так: площа квадрата, побудованого на гіпотенузі прямокутного трикутника, дорівнює сумі площ квадратів, побудованих на його катетах.

Таке доведення дійшло до нас з персидських рукописів, де замість доведення написано

## ДИВИСЬ!



Її використовували у Стародавньому Єгипті для трикутника зі сторонами 3, 4 та 5 відрізків.



Установіть послідовність слів у теоремі Піфагора: дорівнює, сума, квадрату, катетів, гіпотенузи, квадратів.

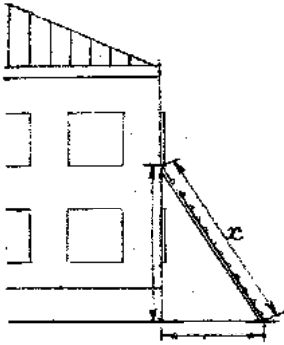
Робота з підручником: сторінка 164.

Усно № 832.

Рис. 425 (так), рис. 426 (ні).

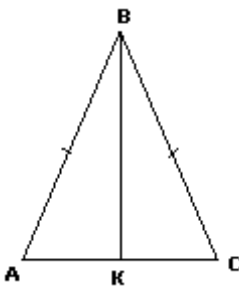
№ 835 (1) гіпотенуза 13.

## № 836 (2) катет 8.



а) Яку довжину повинна мати драбина, щоб її можна було приставити до вікна, яке знаходиться на висоті 6 м, якщо відстань від нижнього кінця драбини до стіни 2,5 м?

б) Для закріплення вежі потрібно встановити 3 троса. Один кінець кожного повинен кріпитися на висоті 12 м, інший на землі на відстані 9 м від вежі. Чи вистачить 47 м тросу для кріплення ?



в) Дано:

Рівнобедрений трикутник  $ABC$ ,  $AB=BC=50$  м,  $AC=28$  см,  $BK$  – медіана. Знайти довжину  $BK$ .

Розв'язання. Оскільки трикутник рівнобедрений, то медіана  $BK$  є і висотою, тому  $\triangle ABK$  – прямокутний,  $\angle BKA = 90^\circ$ .  $AB = 50$  м,  $AK = 14$  м (бо  $K$  – середина сторони  $AC$ ). За теоремою Піфагора визначимо невідомий катет.

$$BK^2 = AB^2 - AK^2$$

$$BK^2 = 50^2 - 14^2 = 2500 - 196 = 2304$$

$$\text{Отже, } BK = \sqrt{2304} = 48 \text{ м.}$$



Відп

овідь:

 $BK = 48 \text{ м.}$ 

#### Цікаві факти:

Числам піфагорійці надавали містичних властивостей. Піфагор вважав, що число: 5 – символізує колір; 6 – холод; 7 – розум, здоров'я та світло; 8 – кохання та дружбу; 9 – постійність.

Особливо ненависними піфагорійцям були числа 13 та 17.

Попереду у вас ще багато різних теорем – життєвих та геометричних, але сьогодні ви стали дорослими на цілу теорему – теорему Піфагора – цікаву, могутню, вічну.

#### IV. Домашнє завдання.

#### V. Підсумок уроку.

Додаток Г – Розробка уроку на тему «Суміжні кути» для 7 класу

Назаренко Олеся Володимирівна

Голубівська гімназія

Вчитель математики

Педагогічний стаж – 1 рік

### Мета уроку

Навчальна мета:

- Сформувати знання про суміжні кути.
- Довести теорему про суму суміжних кутів.
- Формувати навички застосування цієї теореми при розв'язуванні задач.

Розвивальна мета:

- Розвивати інтерес до геометрії.
- Забезпечити глибоке розуміння сутності понять, пов'язаних з геометрією.
- Вдумливо сприймати та розуміти геометричні терміни та концепції.

Виховна мета:

- Виховувати уважність і точність у роботі з геометричними поняттями та задачами.
- Сприяти розвитку логічного мислення та аналітичних здібностей учнів.

Формувати в учнів різні групи компетенцій:

- а) уміння вчитися – індивідуальний досвід участі школяра в доведенні теореми і роботі на уроці, бажання організувати свою працю для досягнення успішного результату;

б) загальнокультурну (комунікативну) – опанувати засади культурного спілкування в ході обговорення проблеми, розвивати вміння вести бесіду;

в) соціально-трудова – усвідомлення власного внеску в спільну роботу, готовність робити вибір, уміння відстоювати свою точку зору;

г) інформаційну – уміння використовувати різноманітну інформацію, аналізувати, систематизувати її, розширювати кругозір.

Тип уроку: засвоєння нових знань та вмінь.

Обладнання: моделі суміжних кутів з кольорового паперу, кольорова крейда, транспорир, скринька, аркуші паперу, алгоритм доведення теореми про суму суміжних кутів, шарнірна модель кута, абаки, листок самооцінки, «геометричний чоловічок», графопроектор.

Підручник. Апостолова Г. В. Підручник для 7 класу загальноосвітнього навчального закладу. – К: Генеза, 2015.

Девіз уроку.

Знання збільшуються, а вміння вдосконалюються, коли ними ділишся.

Епіграф. Сперечейтесь, помиляйтесь, але бога ради, розмірковуюйте, і хоча криво – але самостійно. \*

Г. Е. Лессінг.

### Хід уроку

#### I. Організаційно – психологічний етап.

Добрий день! Всі ми різні і водночас дуже схожі. Давайте перевіримо.

Хто любить кататися на велосипеді, підніміть угору праву руку. Хто вміє плавати, покажіть ліву долоню. Хто добре відпочив улітку, плесніть у долоні, а всі у кого є друзі, посміхніться.

Як бачите, ми краще пізнали одне одного. Сьогодні на уроці ми працюватимемо разом і я розраховую на вашу плідну працю.

#### Інтерактивна вправа «Мої очікування».

Учні на папері записують свої очікування від сьогоднішнього уроку геометрії і аркуші кидають у скриньку.

## II. Перевірка домашнього завдання.

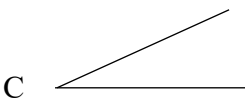
Під час вивчення геометрії незнання чого-небудь із пройденого матеріалу може стати причиною непорозуміння нового матеріалу.

1) А зараз ми разом помилюємося глибокими знаннями, а для цього проведемо невеличке опитування «ланцюжком».

1. Яку фігуру називають кутом?
2. Який кут називається розгорнутим?
3. Що означає вираз «Промінь проходить між сторонами кута»?
4. Які ви знаєте кути?
5. Який кут називають прямим?
6. В яких одиницях вимірюють кути? (Градуси, хвилини, секунди, румби, радіани).
7. Чим вимірюють кути? (У зошиті, на класній дошці – транспортиром, на місцевості астролябією або теодолітом).
8. Сформулювати аксіому вимірювання кутів.
9. Що ви можете сказати про величину кута?
10. Які промені називаються доповняльними?

2) Заповнити таблицю.

Поки клас відповідає на запитання, один учень біля дошки заповнює таблицю.

Кут	Графічне зображення	Назва
Кут $C=180^\circ$		
		Прямий
$90^\circ < \angle C < 180^\circ$		
		\

### 3) Виконання домашніх вправ.

Взаємоперевірка за зразком, який написаний на дошці.

*Задача.* Розгорнутий кут поділено на три кути, градусні міри яких відносяться як 2 : 3 : 4. Знайдіть величини цих кутів?

Розв'язок

*I спосіб (арифметичний)*

1)  $2 + 3 + 4 = 9$  (частин) – три кути

2)  $180^\circ : 9 = 20^\circ$  – становить одна частина

3.  $20^\circ \cdot 2 = 40^\circ$  – перший кут

4.  $20^\circ \cdot 3 = 60^\circ$  – другий кут

5.  $20^\circ \cdot 4 = 80^\circ$  – третій кут

*II спосіб (алгебраїчний)*

Нехай одна частина  $x^\circ$ . Тоді за основною властивістю вимірювання кутів  $2x + 3x + 4x = 180^\circ$

$$9x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ : 9;$$

$$x = 20^\circ$$

$$\angle 1 = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$$

$$\angle 2 = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$$

$$\angle 3 = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ$$

Відповідь:  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  і  $80^\circ$

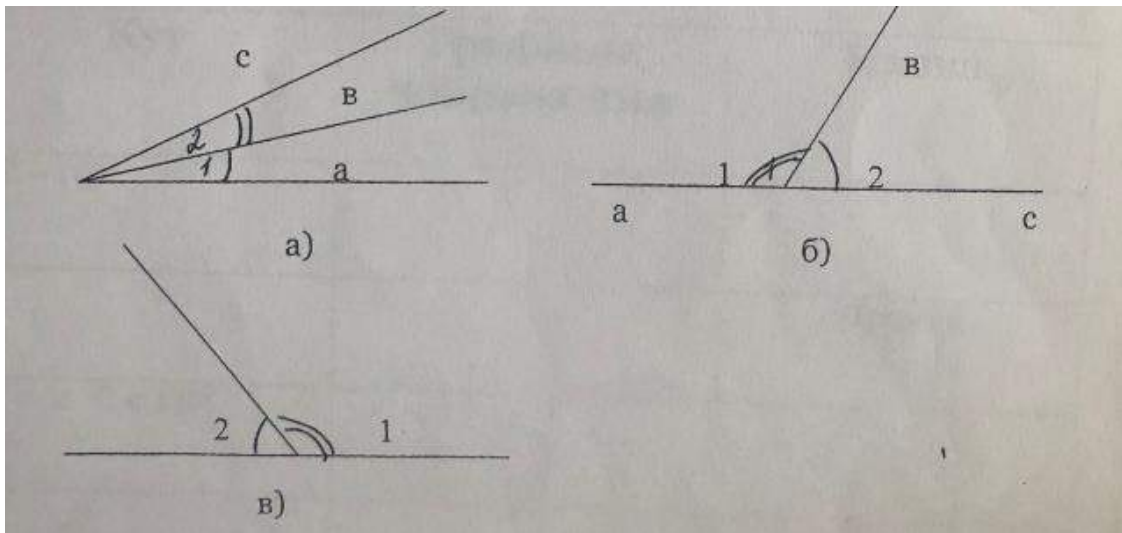
### 4. Проблемна ситуація.

На дошці зображено кілька кутів (рис. 1). Вчитель ставить спеціальні запитання, щоб підвести учнів до поняття суміжного кута.

1. Що спільного в усіх парах кутів? (Кожна пара кутів має спільну вершину і спільну сторону).

2. Чим відрізняються пари кутів а) і б), а) і в)?





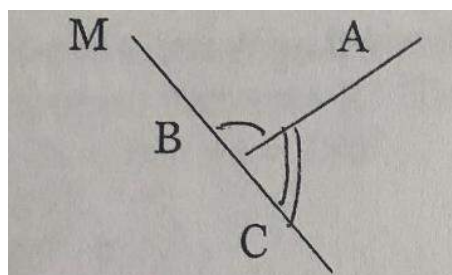
3. Що є спільного в парах кутів б) і в)?

(У парі б) і в) одна сторона кута і є доповняльною півпрямую щодо сторони кута 2).

Кути, які зображені на рисунку б) і в) мають назву «суміжні кути».

## II. Мотивація навчальної діяльності, формування теми і мети уроку.

Моделі суміжних кутів відомі людям давно. Уявлення про такі кути складаються під час розгляду шосейних і залізничних доріг, каналів, які перетинаються, при спорудженні внутрішніх стін будинків. Проте тривалий час властивість суміжних кутів практично не використовували. До XVIII ст. у підручниках цієї властивості не доводили. Але коли доводиться виміряти транспортиром, наприклад, градусну міру кута  $ABC$ , зображеного на рисунку, сторони якого недоступні, то у таких випадках транспортиром доцільно виміряти кут  $ABM$ , сторони якого є доступними.



А чому саме так виконують вимірювання, я думаю, в кінці сьогоденішнього уроку зможе пояснити кожен із вас. Перш ніж розв'язувати

серйозні практичні задачі, які ставить життя, та перекладати їх на мову математики, ми повинні освоїти звичайний шкільний курс геометрії – це перша сходинка, без якої не буває другої, третьої...

Тема уроку «Суміжні кути».

А чим, на вашу думку, ми будемо займатися на сьогоднішньому уроці?

(Учні висловлюють свої думки щодо мети і завдань уроку). Очікувана відповідь. Ми повинні ознайомитися із суміжними кутами та вивчити їх властивість.

#### IV. Вивчення нового матеріалу.

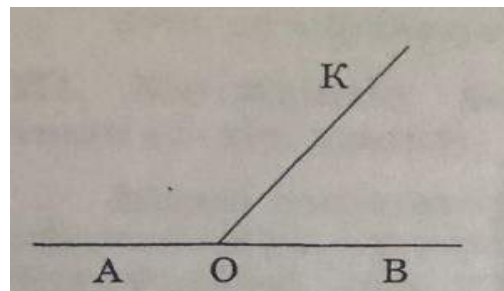
1. Означення суміжних кутів

2. Теорема про суміжні кути.

а) Робота з підручником.

Прочитати на сторінці 34 теорему про суміжні кути. Як по іншому називається ця теорема? (Властивість суміжних кутів). Назвіть умову теореми, висновок.

б) Доведення теореми виконаємо за алгоритмом, який записано на дошці. (Діти заповнюють пропуски).



Дано:  $\angle AOK$  і  $\angle KOB$  – суміжні. Довести:

$$\angle AOK + \angle KOB = 180^\circ.$$

Доведення

1. За .....  $\angle AOK$  і  $\angle KOB$ ....., то промені  $OA$  і  $OB$  є \_\_\_\_\_ .

2. Тоді  $\angle AOB$  \_\_\_\_\_ .

3. Отже,  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_.

4. Промінь ..... проходить між сторонами \_\_\_\_\_.

5. За аксіомою вимірювання кутів  $\angle AOK + \angle KOB = 180^\circ$

6. Отже, \_\_\_\_\_

V. Закріплення вивченого матеріалу.

Нічого в житті не дається само по собі, без праці, без зусиль, без волі. Тож давайте попрацюємо.

1. Виконання вправ із підручника.

№ 72 (усно).

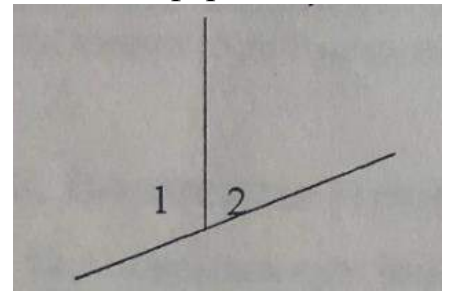
№ 74 з коментуванням.

№ 73 (усно).

№ 84 (біля дошки виконує один учень із повним оформленням розв'язання).

Дано:  $\angle 1$  і  $\angle 2$  – суміжні,  $\angle 1 = 3 \angle 2$ .

Знайти:  $\angle 1$ ,  $\angle 2$



Розв'язок

За умовою задачі  $\angle 1$  і  $\angle 2$  суміжні та  $\angle 1 = 3 \angle 2$ . За теоремою про суміжні кути  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ . Тоді

$$3\angle 2 + \angle 2 = 180^\circ.$$

$$4\angle 2 = 180^\circ.$$

$$\angle 2 = 180^\circ : 4$$

$$\angle 2 = 45^\circ$$

$$\angle 1 = 3 \cdot 45^\circ = 135^\circ$$

Перевірка.  $135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ .

Відповідь:  $\angle 1 = 135^\circ$ ,  $\angle 2 = 45^\circ$ .

2) Знайдіть суміжні кути, якщо їх градусні міри відносяться як 8:10.

Задачу розв'яжіть алгебраїчним способом.

Розв'язок

Нехай градусна міра однієї частини кута  $x$ . Тоді  $\angle 1 = 8x$ , а

$\angle 2 = 10x$ . За теоремою про суму суміжних кутів  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ .

Тоді

$$8x + 10x = 180^\circ.$$

$$18x = 180^\circ.$$

$$x = 180^\circ : 18$$

$$x = 10^\circ.$$

$$\angle 1 = 8 \cdot 10 = 80^\circ.$$

$$\angle 2 = 10 \cdot 10 = 100^\circ.$$

Відповідь:  $\angle 1 = 80^\circ$ ,  $\angle 2 = 100^\circ$ .

3) Наслідки з теореми.

а) Назвіть кути, суміжні з прямим, гострим, тупим кутами

(Використовується шарнірна модель).

б) Робота з підручником

Прочитайте у підручнику на сторінці 35 наслідки з теореми і обґрунтуйте їх.

4) Творче завдання.

а) Відтягнута відповідь.

Хто може дати відповідь на питання, поставлене на початку уроку? Чому доцільно вимірювати кут  $ABM$ ?

б) Визначити величини недоступних кутів на рисунку 2.

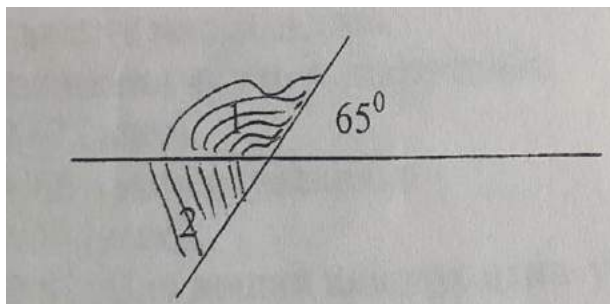


Рис.2

в) Знайти суміжні кути на навколишніх предметах.

г) Проти кожної поділки транспортира записано два числа, сума яких дорівнює  $180^\circ$ . Як це пояснити?

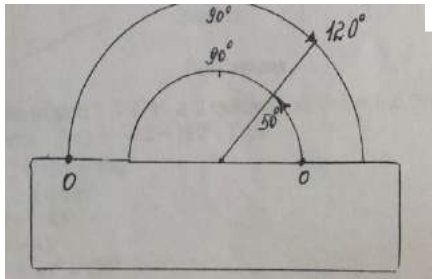


Рис 3.

## VI. Повідомлення домашнього завдання

Вивчити §6, виконати №3 практичного завдання на стор. 37. На вищий рівень доводити теорему про суміжні кути.

Розв'язати задачу №78, а також індивідуальну задачу із «пошукового завдання».

### Пошукове завдання

Ви одержали моделі кутів. Треба у наборі моделей, що лежить на кожній парті, знайти суміжний до нього. Ця пара утворює групу. На одному куті написана умова задачі, на суміжному – запитання до задачі.